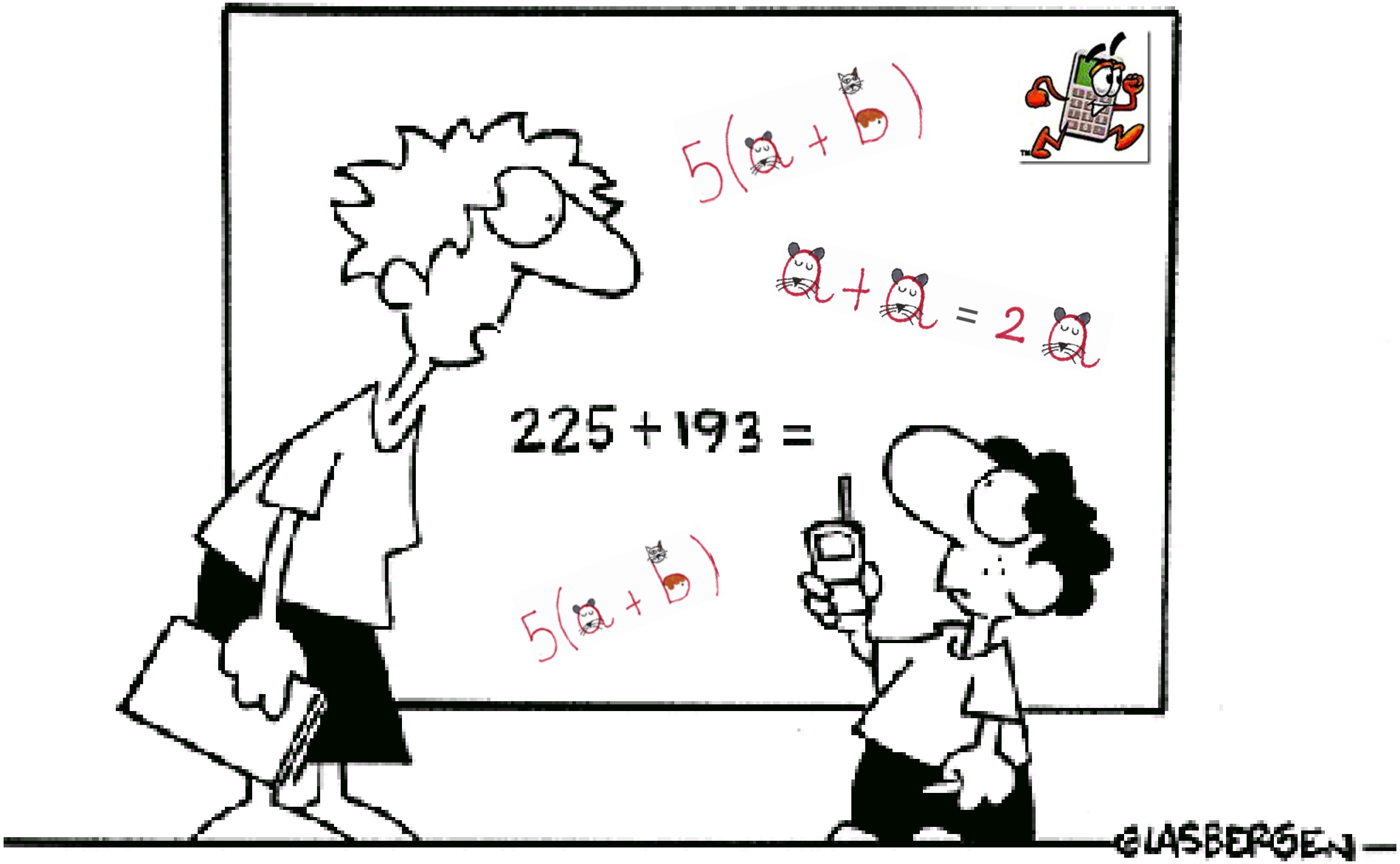
Chapitre : Calcul littéral



…/…

Rappel : d’où vient ce calcul littéral…

Expression littérale

Une expression littérale vient la plupart du temps lors d’une simplification de problème.

En effet plus les problèmes sont simple et court, plus c’est rapide de les résoudre !

…/…

Exemple : d’où vient ce calcul littéral…

Exemple :

Dans la boulangerie « briochine », une baguette coûte 1€20

Le but est de trouver le prix de mes achats, mais je ne sais pas trop combien je vais en prendre …

Il serait donc intéressant de trouver une expression littérale (une formule) qui me permettrait de trouver le prix de mes achats quelque soit le nombre de baguettes achetées.

…/…

Dans la boulangerie « briochine », une baguette coûte 1€20

- On peut écrire :

Le prix total dépend du nombre de baguettes achetées

Cela s'écrit en maths : Prix total (nombre de baguettes achetées)

et si x = nombre de baguettes achetées et P : le prix total

Cela s'écrit en maths : P(x)

- On sait que :

Le prix total = Nombre de baguettes x le prix d'une baguette 1€20

Cela s'écrit en maths :

Prix total = P(x) = x x 1€20

P(x) = 1,2 x x

P(x) = 1,2 x

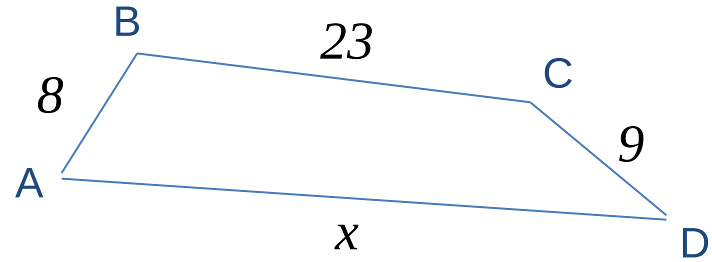
... / ...

On obtient donc une expression avec un lettre !

Tant que cette lettre ne sera pas connue
l'expression littérale restera une formule

$$\mathrm{P}(x) = 1{,}2\,x$$

Autres exemple : d'où vient ce calcul littéral…

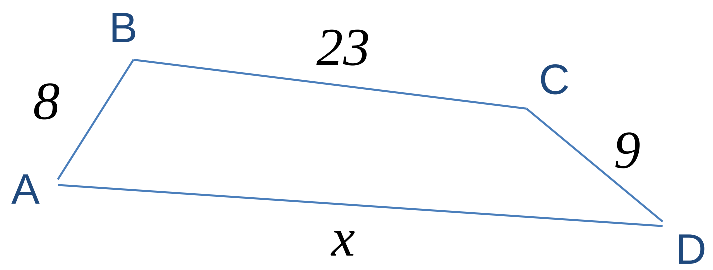


Exemple :

Voici un quadrilatère ABCD.

Le but est de trouver le Périmètre, c'est à dire la longueur de son contour, mais je ne sais pas trop comment faire car il me manque une valeur.

Il serait donc intéressant de trouver une expression littérale (une formule) qui me permettrait de trouver le périmètre du quadrilatère quelque soit le nombre qui manque.



■ On peut écrire :

Périmètre = AB + BC +CD + DA

On remplace par les valeurs connues de l'énoncé :

Périmètre = 8 + 23 + 9 + DA

et si on note x : la distance inconnue AC et si on note P : périmètre

P = 8 + 23 + 9 + x

Le périmètre dépend de « x ». Cela s'écrit en maths : P(x)

P(x) = 8 + 23 + 9 + x

Comme on peut additionner 8, 23 et 9, Cela donne :

P(x) = 40 + x

… / …

On obtient donc une expression avec un lettre !

Tant que cette lettre ne sera pas connue
l’expression littérale restera une formule

$$P(x) = 40 + x$$

Leçon

... / ...

Expression littérale

… / …

<u>*Expressions littérales :*</u>

Une expression littérale exprime un programme de calcul sur des nombres dont certains sont désignés par des lettres.

<u>Exemple:</u>

2(*x* + 3) : est l'expression du programme qui pour chaque valeur du nombre x donne le double de la somme de ***x*** et de 3**.**

Expression littérale

Un nombre x
variable

(*x* + 3) x 2

2(*x* + 3)

ex: *x* = 7

(7 + 3) x 2

20

… /…

Une expression littérale permet aussi de décrire des nombres.

Exemple : n désigne un nombre entier relatif

■ L'expression **n+1** : désigne le nombre entier qui est le suivant de n.

■ L'expression **n-1** : désigne le nombre entier qui est le précédent de n.

■ L'expression **3n :** désigne un multiple de 3 (si n est positif)

Autre exemple : (avec k nombre entier)

■ L'expression **2k** : désigne les nombres pairs.

■ L'expression **2k+1:** désigne les nombres impairs

…/…

Une expression littérale permet de remplacer un programme de calcul.

Exemple :

Choisir un nombre	x	
Ajouter 8	$x + 8$	$= x + 8$ (inchangé)
Multiplier par 3	$(x + 8) \times 3$	$= 3 \times 8 + 3 \times x = 24 + 3x$
Soustraire 24 au résultat	$24 + 3x - 24$	$= 24 - 24 + 3x = 3x$
Donner le résultat du programme	$3x$	On obtient toujours le triple du nombre choisi au départ

… / …

1. Expression littérale

Règles

Règle On peut ne pas écrire le signe × lorsqu'il est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse.

Exemple :

$$4 \times x = 4x$$
$$a \times x = ax$$
$$-3 \times x = -3x$$

$$x \times 7 = 7x \qquad x7 \ \ est\ interdit$$
$$5\times (7 + x) = 5(7 + x)$$
$$x \times (x + 3) = x(x + 3)$$

Règle On peut ne pas écrire le 1 lorsqu'il est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse.

Exemple :

$$1 \times x = 1x = x$$
$$1b = b$$

…/…

Simplifier

une expression

… / …

Additions et soustractions :

Règle Interdit d'additionner ou de soustraire des nombres connus avec des nombres inconnus. (+ et - : que s'ils sont semblables)

Exemple : $4+3+x=7+x$ *et* $4x+3+x=3+5x$

$x^2+3-6x^2+2x=-5x^2+3+2x$

Règle Lorsqu'il y a un plus (+) devant une parenthèse, celle-ci est inutile, on peut donc l'enlever simplement.

Exemple : $4+(3+x)=4+3+x$ *et* $4+(3-x)=4+3-x$

$x+8+(-3-x-7)=x+8+(-3)-x-7$

$=x+8-3-x-7$

Règle Lorsqu'il y a un moins (-) devant une parenthèse, on peut enlever le moins et les parenthèses et mettre l'opposé à la place.

Exemple : $4-(3+x)=4-3-x$ *et* $7-(8-2x)=7-8+2x$

$4-(-3+x-2x^2)=4+3-x+2x^2$

…/…

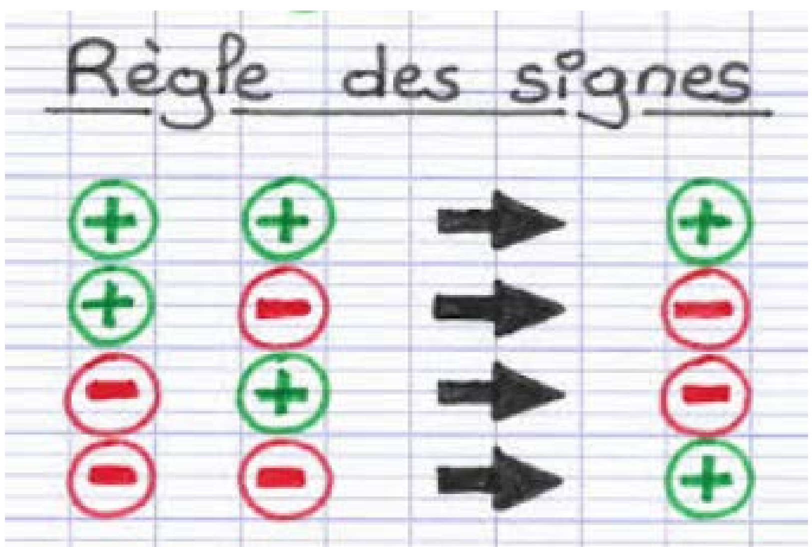
Règle des signes

Règle algébrique des signes x et y désignent des nombres relatifs.

- $(-x) \times y = x \times (-y) = -xy$
- $(-x) \times (-y) = x \times y = xy$

Exemples

- $(-1) \times x = -1x = -x$
- $(-3) \times x = -3x$
- $(-x) \times (-4) = 4x$



… / …

Rappel sur les propriétés de simplification :

a x **b = ab**

$0 \times x = 0$

$1 \times x = x$

$-1 \times x = -x$

x x **2 = 2** x ***x*** **= 2*x***

x x **(-7) = -7** x ***x*** **= -7*x***

$x \times x = x^2$

$x \times x \times x = x^3$

1 x **(a + b) = (a + b)**

-1 x **(a + b) = - (a + b)**

0 x **(a + b) = 0**

- <u>Ecrire sans parenthèse :</u>

$3x + (4x - 6) = 3x \underline{+1} \times (4x - 6) = 3x + 4x - 6$

$5x - (4x - 2) = 5x \underline{-1} \times (4x - 2) = 5x - 4x + 2$

…/…

Réduire

une expression

Réduire une expression :

C'est écrire cette expression sous une forme plus simple.

Méthode :

- **On regroupe les termes semblable**
- **Puis on réduit chaque terme.**

Exemple : Réduire l'expression suivante : $A = 3x + 3 - 5x + 4 + 2$

① **On regroupe les termes semblables :**
en prenant avec « leur signe + ou – »

$$A = 3x + 3 - 5x + 4 + 2$$

$$A = \underbrace{3x - 5x}_{} + \underbrace{3 + 4 + 2}_{}$$

② **On réduit chaque terme:**
attention au nombres relatifs…

$$A = -2x + 9$$

Interdit d'additionner ces 2 termes non semblables

Ce qui donne : $A = -2x + 9$

…/…

Autres exemple : réduire une expression

$$A = \cancel{\Delta} + \cancel{\Delta} + \cancel{\Delta} + 3 + 2\blacktriangle + \square - 5 - 2\cancel{\Delta} + \blacktriangle^2 + 11 + 5\blacktriangle$$

$$A = \Delta + \Delta + \Delta - 2\,\Delta + 3 - 5 + 11 + 2\blacktriangle + 5\blacktriangle + \square + \blacktriangle^2$$

$$A = 3\Delta - 2\,\Delta + 9 + 7\blacktriangle + \square + \blacktriangle^2$$

$$A = 1\Delta + 9 + 7\blacktriangle + \square + \blacktriangle^2$$

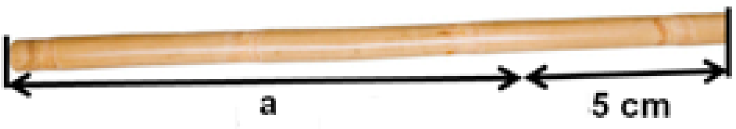
$$\boxed{A = \Delta + 9 + 7\blacktriangle + \square + \blacktriangle^2}$$

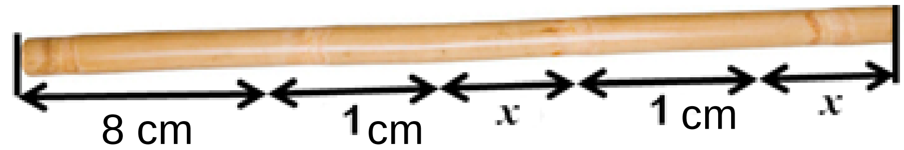
C'est fini… L'expression de A c'est ça

…/…

Autres exemple : réduire une expression

Donner l'expression littérale réduite correspondant à la longueur des 2 bâtons :





Longueur = a + 5

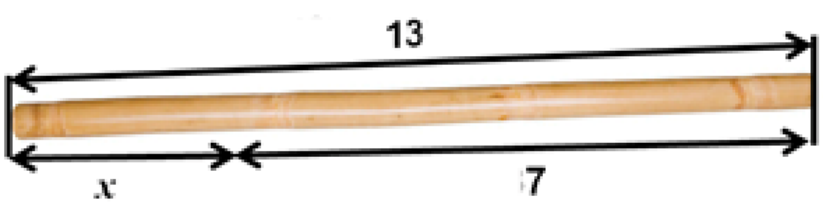
Longueur = $8 + 1 + 1 + x + x$

Longueur = $8 + 1 + x + 1 + x$

Longueur = $8 + 1 + 1 + x + x$

Longueur = $10 + 2x$

Calculer la longueur x :



$x + 7 = 13$

Donc : $x = 13 - 7 = 6$

Développer

une expression

Produit $\longrightarrow$ Somme

2. Développement

Définition Développer, c'est transformer un produit en une somme algébrique.

Propriété k, a, b désignent des nombres relatifs.

Produit → $k(a+b) = ka + kb$ ← Somme algébrique

On dit que la multiplication est **distributive** par rapport à l'addition.

Rmq : Si on a une lettre ou un nombre devant des parenthèses, on est obligé d'utiliser la distributivité pour faire disparaître ces parenthèses.

Exemple :

Développer $A = 7(x+2)$.

$A = 7(x+2)$

$A = 7 \times x + 7 \times 2$

$A = 7x + 14$

On distribue 7 sur chaque terme de la somme $x + 2$.

Développer $B = -3(6-x)$.

$B = -3(6-x)$

$B = -3 \times 6 + (-3) \times (-x)$

$B = -18 + 3x$

ou $B = -3(6-x)$

$B = -3 \times 6 - (-3) \times x$

$B = -18 + 3x$

La double distributivité : S'il y a 2 parenthèses qui se suivent…

Propriété a, b, c, d désignent des nombres relatifs.

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

$C = (a+b)(c+d)$

$C = a \times (c+d) + b \times (c+d)$

$C = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$

… / …

Explication géométrique :

L'aire du rectangle ci-dessous peut être calculée de deux façons :

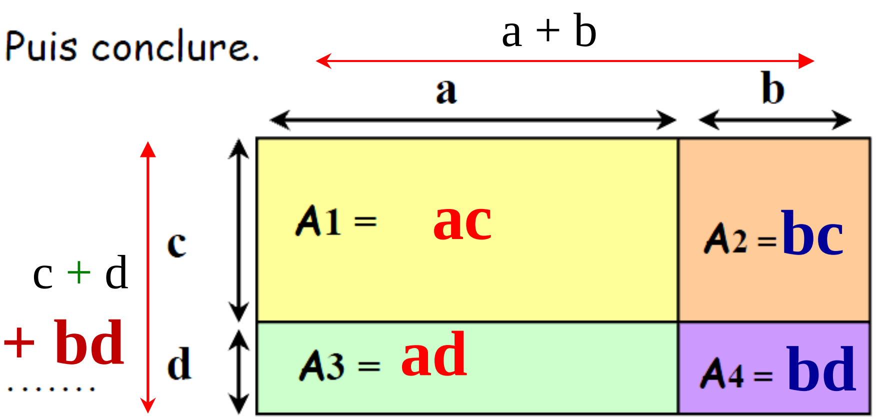
1$^{\text{ère}}$ façon : A = Aire totale = $L \times l = (a + b) \times (c + d)$

2$^{\text{ème}}$ façon : Calculer l'aire de chaque rectangle. Puis conclure.

$A_1 =$ ac $\qquad A_2 =$ bc

$A_3 =$ ad $\qquad A_4 =$ bd

Aire totale = $A_1+A_2+A_3+A_4 = ac + bc + ad + bd$



Conclusion :

Aire totale = $(a + b) \times (c + d)$

et

Aire totale = $ac + bc + ad + bd$

Donc : $(a + b) \times (c + d) = ac + bc + ad + bd$

… / …

Démonstration : *On veut démontrer que :*

$$\boxed{(a+b)\,(c+d) = ac + ad + bc + bd}$$

Preuve : Démonsration

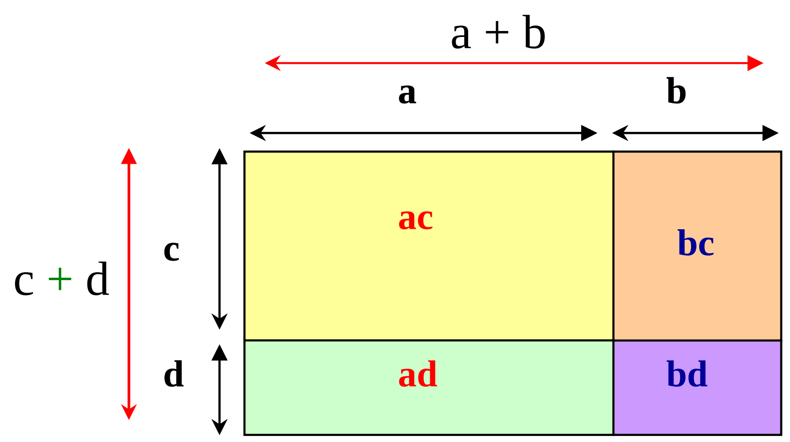
On sait que :

$(a+b) \times k = ak + bk$ si $k = (c+d)$:

on obtient :

$(a+b)\,(c+d) = a\,(c+d) + b\,(c+d)$

$= ac + ad + bc + bd$



.../...

Exemple : développement et réduction de $(x+5)(2x+1)$

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + cd$$

$$\left.\begin{aligned}(x+5)(2x+1) &= x \times 2x + x \times 1 + 5 \times 2x + 5 \times 1\\ &= 2x^2 + x + 10x + 5\end{aligned}\right\}$$

Phase de développement

$$\left.\begin{aligned}&= 2x^2 + (10+1)x + 5\\ &= 2x^2 + 11x + 5\end{aligned}\right\}$$

Phase de réduction

Donc : $(x+5)(2x+1) = 2x^2 + 11x + 5$

…/…

Conclusion :

JE REVOIS LE COURS... **DÉVELOPPER UNE EXPRESSION EN UTILISANT LA DISTRIBUTIVITÉ**

- **Développer** revient à transformer .... en ....
- k, a, b, c et d désignent des nombres relatifs,

$k(a+b) =$ .... $(a+b)(c+d) =$ ....

- $a + (b + c - d) =$ .... $a - (b + c - d) =$ ....

Développer, puis réduire les expressions.

a $A = 4(x+3) - 2(8x-1)$

$A =$ ....

$A =$ ....

$A =$ ....

b $B = (5x+7)(3-x)$

$B =$ ....

$B =$ ....

$B =$ ....

… / …

Factoriser

une expression

Somme $\longrightarrow$ Produit

.../...

3. Factorisation – Réduction

Définition **Factoriser**, c'est transformer une somme algébrique en un produit.

Propriété k, a, b désignent des nombres relatifs.

Somme algébrique $\longrightarrow$ $ka + kb = k(a + b)$ $\longleftarrow$ Produit

Vocabulaire. On dit que k est **un facteur commun** aux termes ka et kb.

Exemples

Factoriser $D = 2x + 3x^2$.

$D = 2 \times x + 3x \times x$

$D = x \times (2 + 3x)$

$D = x(2 + 3x)$

Factoriser $E = 6x - 12$.

$E = 6 \times x - 6 \times 2$

$E = 6 \times (x - 2)$

$E = 6(x - 2)$

Factoriser $F = 5x - x$.

$F = 5 \times x - 1 \times x$

$F = x \times (5 - 1)$

$F = x \times 4 = 4x$

On a réduit F.

… / …

INFO

JE REVOIS LE COURS... FACTORISER UNE EXPRESSION EN UTILISANT LA DISTRIBUTIVITÉ

- Factoriser revient à transformer une .... somme .... en un .... produit ....
- k, a, b désignent des nombres relatifs. $k \times a + k \times b =$ .... k (a + b) ....

❶ **Exemple :** $3x + 6$ est une expression développée. Pour retrouver la forme factorisée de $3x + 6$

Il suffit de remarquer que : $3x + 6 = 3 \times x + 3 \times 2$ **le nombre 3 est un facteur commun.**

Donc : $3x + 6 = \underline{3} \times x + \underline{3} \times 2 = 3 \times (x + 2) = 3(x + 2)$

Exercices : *On pense à décomposer :* *et on écrit :*

$3x + 12$: ....

$4x - 20$: ....

$9 - 18x$: ....

$16x - 4$: ....

$25x + 15$: ....

$12x - 9$: ....

... / ...

$3x + 6$ est une expression développée

Pour retrouver la forme factorisée de $3x + 6$

il suffit de remarquer que :

$$3x + 6 = 3 \times x + 3 \times 2$$

3 est appelé le <u>facteur commun</u>

d'où $3x + 6 = 3(x + 2)$

Pour factoriser les expressions suivantes

	On pense	et	On écrit
$3x + 12$	$= 3 \times x + 3 \times 4$	$= 3 \times (x + 4)$	$= 3(x + 4)$
$4x - 20$	$= 4 \times x - 4 \times 5$	$= 4 \times (x - 5)$	$= 4(x - 5)$
$9 - 18x$	$= 9 - 9 \times 2x$	$= 9 \times (1 - 2x)$	$= 9(1 - 2x)$
$16x - 4$	$= 4 \times 4x - 4 \times 1$	$= 4 \times (4x - 1)$	$= 4(4x - 1)$
$25x + 15$	$= 5 \times 5x + 3 \times 5$	$= 5 \times (5x + 3)$	$= 5(5x + 3)$
$12x - 9$	$= 3 \times 4x - 3 \times 3$	$= 3 \times (4x - 3)$	$= 3(4x - 3)$

…/…

❷ **Exemple :** $x^2 + 6x$ est une expression développée. Pour retrouver la forme factorisée de $x^2 + 6x$

Il suffit de remarquer que : $x^2 + 6x = x \times x + 6 \times x$ **le nombre x est un facteur commun.**

Donc : $x^2 + 6x = x \underline{\times x} + 6 \underline{\times x} = x \times (x+6) = x(x+6)$

Exercices : *On pense à décomposer :* *et on écrit :*

$x^2 + 2x$: ....

$4x^3 - 20x^2$: ....

$9x - 8x^2$: ....

$16x^5 - 4x^2$: ....

$25x^2 + 15x$: ....

$12x^7 - x^5$: ....

…/…

$x^2 + 6x$ est une expression développée

Pour retrouver la forme factorisée de $x^2 + 6x$

il suffit de remarquer que

$$x^2 + 6x = x \times x + x \times 6$$

x est le <u>facteur commun</u>

$$\text{d'où } x^2 + 6x = x(x + 6)$$

Pour factoriser les expressions suivantes

On pense et On écrit

	On pense	On écrit
$x^2 + 2x$	$= x \times x + x \times 2$	$= x(x+2)$
$4x^3 - 20x^2$	$= 4 \times x \times x \times x - 5 \times 4 \times x \times x$	$= 4x^2(x-5)$
$9x - 8x^2$	$= 9 \times x - 8 \times x \times x$	$= x(9-8x)$
$16x^5 - 4x^2$	$= 4 \times x^2 \times 4 \times x^3 - 4 \times x^2 \times 1$	$= 4x^2(4x^3 - 1)$
$25x^2 + 15x$	$= 5 \times 5x + 3 \times 5x$	$= 5x(5x+3)$
$12x^7 - x^5$	$= x^5 \times 12x^2 - x^5 \times 1$	$= x^5(12x^2 - 1)$

…/…

❸ **Exemple :** Pour retrouver la forme factorisée de $(x + 1)^2 + 2(x + 1)$. Il suffit de remarquer que :

$$(x+1)^2+2(x+1)=(x+1)\times(x+1)+2\times(x+1)$$

$(x + 1)$ **est un facteur commun.**

Donc : $(x+1)^2+2(x+1)=(x+1)\times\underline{(x+1)}+2\times\underline{(x+1)}=(x+1)((x+1)+2)=(x+1)(x+3)$

Exercices : *Factoriser cette expression : $(x+3)(x+2)-(x+3)(2x-5)$ (On peut souligner le facteur commun)*

On pense à décomposer, ensuite on factorise, et enfin on développe et on réduit ce qui se trouve dans la 2ème parenthèse.

....

....

....

… / …

Pour retrouver la forme factorisée de $(x + 1)^2 + 2(x + 1)$ il suffit de remarquer que

$(x + 1)^2 + 2(x + 1) = (x + 1) \times (x + 1) + (x + 1) \times 2$

d'où $(x + 1)^2 + 2(x + 1) = (x + 1) \times [(x + 1) + 2]$

$= (x + 1)(x + 3)$

$(x + 1)$ est le facteur commun

Méthode :

On peut souligner le facteur commun

$\underline{(x + 3)}(x + 2) - \underline{(x + 3)}(2x - 5)$

penser $\underline{(x + 3)} \times (x + 2) - \underline{(x + 3)} \times (2x - 5)$

Pour écrire

$= \underline{(x + 3)} \times [(x + 2) - (2x - 5)]$

$= (x + 3)[(x + 2) - (2x - 5)]$

$= (x + 3)[x + 2 - 2x + 5]$

$= (x + 3)[-x + 7]$

On peut vérifier la factorisation en développant les deux expressions. Les expressions développées sont identiques.

Attention : pour enlever un couple de parenthèses précédé du signe - il faut changer les signes à l'intérieur du couple de parenthèses !

.../...

Carte Mentale

Retenir sa leçon

Une expression littérale est

Quoi ?

Pour calculer la valeur d'une expression littérale,

Calculer

Pour $x = 3$:

$2x + 7 =$ 2 x 3 + 7

$=$ …… 6 + 7

$=$ 11 ……….

Développer

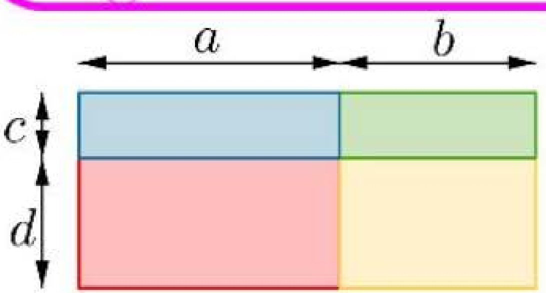
Calcul littéral

Réduire

$k(a+b) =$

$k(a-b) =$

$(a+b)(c+d) =$



Développer :

- $4(x + 7) =$ **4x + 28**
- $8(3x - 2) =$ **24x - 16**
- $(x + 5)(2x - 6)$

  $=$ **x (2x - 6) + 5 (x - 6)**

  $=$ **2x² - 6x + 5x - 30**

  $=$ **2x² - x - 30**

Réduire une somme,

c'est l'écrire

$13x + 5x =$ **(13 +5) x = 18x**

$9x + 7 - 6x - 10 =$ **3x - 3**

$11x^2 - 7 + 3x + 5x^2 - 3 - 4x$

$=$ **16x² - x - 10**

$11 - 11x$:

On ne peut pas réduire

Suppression de parenthèses :

$5x + (3x - 6) =$ **5x + 3x - 6x**

$5x - (3x - 6) =$ **5x - 3x + 6x**

… / …

Fiche exercice n°1

Ex1 :

Questions flash

diapo

1 Vrai ou faux ?

Dans chacun des cas suivants, dire si l'égalité est correcte.

a. $6 \times x = 6x$ **Vrai**

b. $a \times b \times 5 = ab5$ **Faux**

c. $x^2 = 2x$ **Faux**

d. $2 \times 10 \times x = 20x$ **Vrai**

e. $2 + 10x = 12x$ **Faux**

f. $2 \times x \times x = 2 \times x^2$ **Vrai**

2 *t* désigne un nombre quelconque.

Exprimer à l'aide d'une expression littérale la plus simple possible :

a. le double de *t* ; **2 t**

b. le triple de *t* ; **3 t**

c. le produit de *t* par 11 ; **11 t (ou t x 11)**

d. la somme du produit de *t* par 5 et du triple de *t*.

5 t + 3 t

… / …

Ex2 :

3 Dans chacun des cas suivants, proposer une écriture plus simple.

$A = x \times 3$ $= 3x$

$B = 8 \times y$ $= 8y$

$C = 2 \times z \times 5$ $= 10z$

$D = 0 \times a$ $= 0$

$E = 1 \times b$ $= b$

$F = c \times 4 \times c$ $= 4c^2$

$G = x \times 2 \times y \times 9$ $= 18xy$

$H = 3 \times u + 11 \times v$ $= 3u + 11v$

4 Dans chacun des cas suivants, proposer une écriture plus simple.

$A = 4x \times 3$ $= 12x$

$B = 2 \times y + 6$ $= 2y + 6$

$C = n + 5 \times n \times n$ $= n + 5n^2$

$D = z \times 1 \times z$ $= z^2$

$E = 2s \times 7t$ $= 14st$

$F = 3 \times x \times 4 \times x \times x$ $= 12x^3$

Écrire plus simplement chaque produit.

$A = x \times (-9) \times 2$ $= -18x$

$B = 1{,}5 \times y \times (-8)$ $= -6y$

$C = x \times (-4) \times (-x) \times 2$

$D = -2y^2 \times (-15) \times 2y$

$C = 8x^2$

$D = 60y^3$

... / ...

Ex3 :

Parmi les expressions suivantes, identifier celles qui sont des produits.

$\boxed{A = 6x}$ $B = 3 \times x + 2$ $\boxed{C = x^2}$

$D = 6 + x$ $\boxed{E = 3(x + 2)}$ $F = x + y$

$G = 6 - x$ $\boxed{H = 3 \times (x + 2)}$ $\boxed{I = x \times y}$

Compléter les égalités suivantes.

a. $2 \times (x + 3) = 2 \times$ ...x... $+ 2 \times$ ...3...

b. $5 \times (7 - y) = 5 \times$ ...7... $- 5 \times$ ...y...

c. $6(x + 11) = 6 \times$ ...x... $+$ ...6... $\times$ ...11...

d. $3(2y + 1) = 3 \times$ ...2y... $+$ ...3... $\times 1$

... / ...

Ex4 :

Voici un programme de calcul.

$$x \xrightarrow{\times 3} 3\,x \xrightarrow{-\,1} 3\,x - 1 \xrightarrow{\times 4} 4\,(3\,x - 1)$$

Parmi ces expressions, laquelle est à inscrire dans la case rouge ?

- $x \times 3 - 1 \times 4$
- $4 \times 3x - 1$
- $\boxed{4(3x - 1)}$

Développer les expressions suivantes.

$A = 3(x + 5)$ $= 3x + 15$

$B = 5(6 - x)$ $= 30 - 5x$

$C = 10(3 + x)$ $= 30 + 10x$

$D = 7(x - 3)$ $= 7x - 21$

$E = 4(2x + 3)$ $= 8x + 12$

$F = 2(5x - 9)$ $= 10x - 18$

…/…

Ex5 :

Associer chaque expression des pièces rouges à son écriture développée d'une pièce bleue.

$-4(y+5)$	$-4y^2+20y$
$-4(5-y)$	$-20y^2-20y$
$-4y(y-5)$	$-4y-20$
$-4y(5y+5)$	$-20+4y$

Développer, puis simplifier les expressions suivantes.

$A = -5(x+2)$ $= -5x - 10$

$B = -3(x-2)$ $= -3x + 6$

$C = x(x+3)$ $= x^2 + 3x$

$D = x(4-x)$ $= 4x - x^2$

$E = -3x(x+4)$ $= -3x^2 - 12x$

$F = 2x(x-7)$ $= 2x^2 - 14$

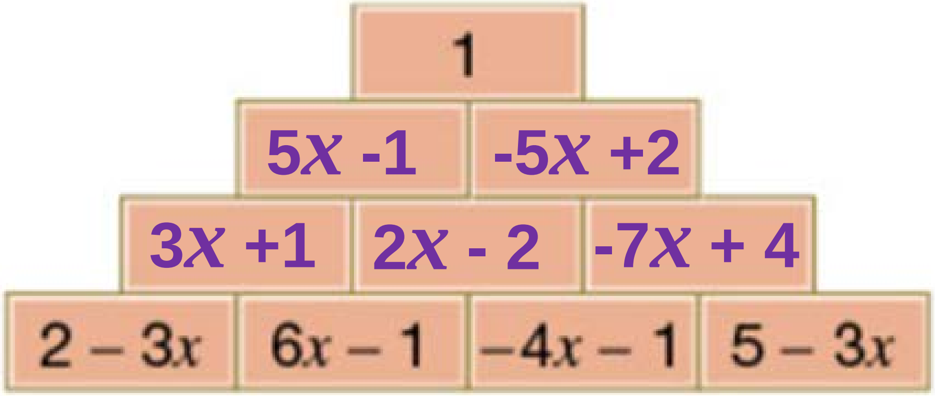
$G = 6x(2x+1)$ $= 12x^2 + 6x$

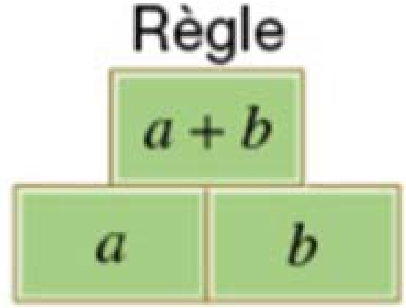
$H = -4x(5x-10)$ $= -20x^2 + 40x$

... / ...

Ex6 :

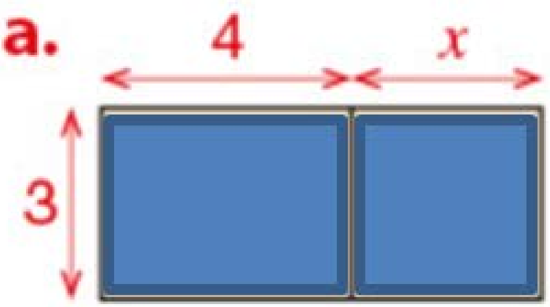
Reproduire et compléter selon la règle indiquée.





Dans chaque cas, exprimer l'aire du rectangle coloré sous forme d'un produit, puis sous forme d'une somme ou d'une différence.

a.



b.

$3\,(4 + x)$ ou $12 + 3\,x$ $2\,(10 - y)$ ou $20 – 2\,y$ … / …

Fiche exercice n°2

… / …

2. Une expression littérale permet d'exprimer des nombres particuliers :

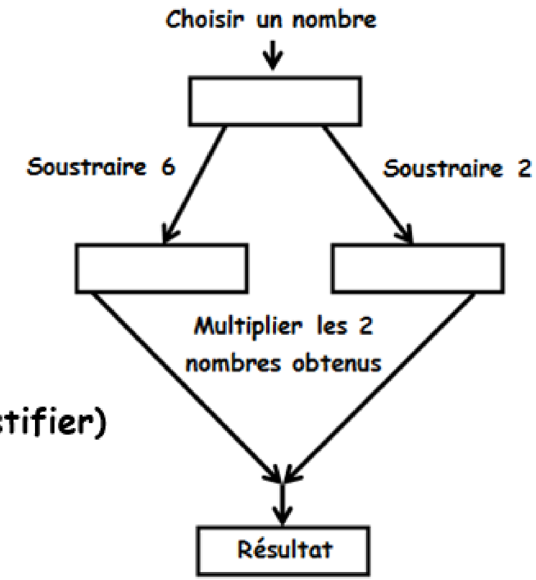
Exemple :

Soit n un nombre entier :

1. Quelle est l'expression littérale du quadruple de ce nombre ? …**4 n**…
2. Quelle est l'expression littérale exprimant tous les nombres impairs ? …**2 n + 1**…
3. Quelle est l'expression littérale correspondant au multiple de trois ? …**3 n**…
4. Quelle est l'expression littérale exprimant la somme de deux nombres ? …**a + b**…
5. Quelle est l'expression littérale du triple de la somme de 4 et d'un nombre n? …**3 (4 + n)**…
6. Quelle expression littérale correspond au périmètre d'un carré ? …**c^2 si C est la longueur du carré**…

… / …

Voici un programme de calcul :



1) Montrer que si on choisit « 8 » comme nombre de départ, le programme donne « 12 » comme résultat.

en effet : 8 – 6 = 2 et 8 – 2 = 6

et donc 6 x 2 = 12

2) Pour chacune des affirmations, indiquer si elle est vraie ou fausse. (Justifier)

Affirmation 1 : Le programme peut donner un résultat négatif.

Vraie, si on prend 4 par exemple :

4 – 6 = - 2 et 4 – 2 = 2 et donc (-2) x 2 = - 4

……………………….

Affirmation 2 : Le programme donne 0 comme résultat pour au moins deux nombres.

Vraie, si on prend 6 ou 2 par exemple :

Si on teste avec 6 on a :

Côté gauche : **6 – 6 = 0**

et côté droite : **6 – 2 = 4 et donc (0) x 4 = 0**

Et si on teste avec 2 on a :

Côté gauche : **2 – 6 = -4**

et côté droite : **2 – 2 = 0 et donc (-4) x 0 = 0**

… / …

3) A l'aide d'un tableur on a construit le tableau suivant :

	A	B
1	Nombre choisi au départ	Résultat
2	1	
3	2	
4	3	
5	4	
6	5	
7		

Quelle formule faut-il taper dans la cellule B2 pour obtenir le résultat obtenu avec le programme de calcul ?

La formule serait : $(x - 6) \times (x - 2)$

Or dans le tableau la valeur de x correspond à la valeur de la case A2 :

Donc la formule est : (A2 – 6) x (A2 – 2)

Or une formule dans un tableur commence toujours par un égal !

Donc dans la cellule B2 on tape :

$\boxed{= (A2 - 6) \times (A2 - 2)}$

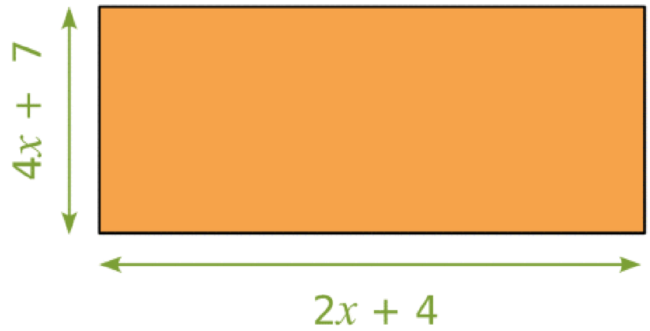
… / …

1. Une expression littérale permet d'exprimer une formule :

Exemple :

On considère le rectangle ci-dessous.

Exprime en fonction de x :



a. son périmètre sous la forme d'une expression réduite ; **Périmètre =** $4x + 7 + 2x + 4 + 4x + 7 + 2x + 4 = 12x + 22$

b. son aire sous la forme d'une expression factorisée ; **Aire =** $(4x + 7)(2x + 4)$

c. son aire sous la forme d'une expression développée et réduite.

Aire = $4x\,(2x + 4) + 7\,(2x + 4) = 8x^2 + 16x + 14x + 28$

Aire = $8x^2 + 20x + 28$

… / …

Fiche exercice n°3

… / …

Calcul littéral
suite

… / …

I. La Somme de quatre entiers consécutifs est toujours paire :

1) On veut démontrer que la somme de quatre entiers consécutifs est toujours paire :

a) Proposer deux exemples qui vérifient cette affirmation

b) On note n le premier entier.

Le deuxième entier est donc : ...**n + 1**...; le troisième : ...**n + 2**...;
et le quatrième : ...**n + 3**...

c) Exprimer en fonction de n la somme S de ces quatre entiers consécutifs et la réduire

$S = n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) = 4n + 6$

d) Montrer que cette somme peut s'écrire 2 x ………………..... et conclure.

$4n + 6 = 2 \times 2 \times n + 2 \times 3$ on factorise par 2 on trouve : $2(n + 3)$

2) La somme de 4 entiers consécutifs est de 318 calculer ces 4 nombres :

Il faut trouver n, tel que $S = 4n+6 = 318$, donc $4n = 312$ donc $n = 312:4 = 78$
Donc $78 + 79 + 80 + 81 = 318$

... / ...

Fiche exercice n°4

4. Une expression littérale permet de démontrer des propriétés :

Exemple :

En 1484, le mathématicien français Nicolas Chuquet présenta le jeu suivant dans son traité d'algèbre intitulé "Triparty en la science des nombres".

Une personne lance trois dés ; pour deviner le résultat, on lui demande de doubler les points de l'un d'eux au choix puis d'ajouter 5, de multiplier le tout par 5 et d'ajouter les points d'un des deux autres dés ; de doubler et multiplier encore par 5, puis d'ajouter les points du troisième dé.

Lance donc trois dés, écris ensuite le résultat trouvé par le programme de calcul ci-dessus :

… / …

Pour démontrer, toutes les expressions doivent être réduites :

Explication : Une personne lance trois dés ; pour deviner le résultat, on lui demande de doubler les points de l'un d'eux au choix	
puis d'ajouter 5,	
de multiplier le tout par 5	
et d'ajouter les points d'un des deux autres dés ;	
de doubler et multiplier encore par 5,	
puis d'ajouter les points du troisième dé.	
L'astuce est d	

… / …

CORRECTION :

Pour démontrer, toutes les expressions doivent être réduites :

Explication : Une personne lance trois dés ; pour deviner le résultat, on lui demande de doubler les points de l'un d'eux au choix	**Exemple : 2 et 3 et 1** **2 x 2 = 4**
puis d'ajouter 5,	**4 x 5 = 9**
de multiplier le tout par 5	**9 x 5 = 45**
et d'ajouter les points d'un des deux autres dés ;	**45 + 3 = 48**
de doubler et multiplier encore par 5,	**48 x 2 = 84 et 84 x 5 = 480**
puis d'ajouter les points du troisième dé.	**480 + 1 = 481**
L'astuce est d	**Si on fait : 480 - 250 = 231**

… / …

CORRECTION :

Explication : Une personne lance trois dés ; pour deviner le résultat, on lui demande de doubler les points de l'un d'eux au choix	Appelons x lenombre de points du dé choisi, on obtient : $2x$
puis d'ajouter 5,	on obtient $2x+5$
de multiplier le tout par 5	on obtient $10x+25$
et d'ajouter les points d'un des deux autres dés ;	Appelons y lenombre de points du deuxième dé choisi, on obtient : $10x+25+y$
de doubler et multiplier encore par 5,	on obtient : $100x+250+10y$
puis d'ajouter les points du troisième dé.	Appelons z lenombre de points du dé choisi, on obtient : $100x+250+10y+z$
L'astuce est d'enlever 250.	on obtient : $100x+ 10y+z$

…/…

$Soit\ x : le\ premier\ nombre$

$Soit\ y : le\ deuxième\ nombre$

$Soit\ z : le\ troisième\ nombre$

$$10 \times (5(2x+5)+y)+z = 100x+10y+z+250$$

$si\ on\ soustrait\ 250\ on\ trouve\ un\ nombre\ à\ trois\ chiffres :$

$$100x+10y+z+250 - 250 = 100x+10y+z$$

$$100x+10y+z$$

$Le\ chiffre\ des\ centaines\ correspond\ au\ chiffre\ x\ (au\ premier\ nombre)$

$Le\ chiffre\ des\ dizaines\ correspond\ au\ chiffre\ y\ (au\ deuxième\ nombre)$

$Le\ chiffre\ des\ unités\ correspond\ au\ chiffre\ z\ (au\ triosième\ nombre)$

... / ...

Fiche exercice n°5

x et y désignent des nombres. Écrire les expressions mathématiques correspondant à :

a leur somme ;	**b** le carré de leur somme ;
c la somme de leurs carrés ;	**d** le produit de leur somme par leur différence ;
e la différence de leurs carrés ;	**f** le carré de leur différence ;
g le carré de leur produit ;	**h** le double de leur produit.

…/…

x et y désignent des nombres. Écrire les expressions mathématiques correspondant à :

a leur somme ;	**b** le carré de leur somme ;
c la somme de leurs carrés ;	**d** le produit de leur somme par leur différence ;
e la différence de leurs carrés ;	**f** le carré de leur différence ;
g le carré de leur produit ;	**h** le double de leur produit.

$a)\quad x+y$

$b)\quad (x+y)^2$

$c)\quad x^2+y^2$

$d)\quad (x+y)\times(x-y)$

$e)\quad x^2-y^2$

$f)\quad (x-y)^2$

$g)\quad (x\times y)^2$

$h)\quad 2(x\times y)$

… / …

7 Réduire chaque expression.

a. $7x^2 + 3x - 10 + 2x^2 - 5x - 3$ $= 9x^2 - 2x - 13$

b. $7 + (4x + 3 - 2x^2)$ $= -2x^2 + 4x + 10$

c. $3x - (7x^2 - 6x + 2)$ $= -7x^2 + 9x - 2$

d. $1 - (-x + 3)$ $= x - 2$

… /…

Ecrire les expressions suivantes sans parenthèse (= <u>développer</u>).
Cela signifie qu'on veut développer les expressions ci-dessous

a) $A = 2\,(3 + y) =$

b) $B = -5\,(x - y) =$

c) $C = -3\,(-2x + y) =$

d) $D = 2x(x - y + 4) =$

f) $E = x(-4 - y) =$

Ecrire les expressions suivantes sans parenthèse (= développer).
Cela signifie qu'on veut développer les expressions ci-dessous

a) $A = 2(3 + y) =$ $A = 6 + 2y$

b) $B = -5(x - y) =$ $B = -5x + 5y$

c) $C = -3(-2x + y) =$ $C = 6x - 3y$

d) $D = 2x(x - y + 4) =$ $D = 2x^2 - 2xy - 8x$

f) $E = x(-4 - y) =$ $E = -4x - xy$

…/…

Réduction d'une expression littérale

5 Réduire l'expression lorsque cela est possible.

a. $2x + 5x$ **b.** $t^2 - t$ **c.** $7x^2 + x^2$

d. $a^2 - 3a - 2a^2 + 5a$ **e.** $2x + 5$ **f.** $x\left(\frac{1}{2}\ x\right)$

g. $\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\ x^2$ **h.** $5x \times 3x$ **i.** $5x \times 3$

… /…

6 Voici une copie où figurent 6 erreurs. Retrouver ces erreurs et les corriger.

a. $x + x = 2x$	b. $a^2 + a = a^3$
c. $2t - (1 - t) = -1 + 3t$	d. $x^2 + 4x = x^6$
e. $b\,(b + 1) = b^2 + 1$	f. $2x - 3x = x$
g. $2t^2 + 3t^2 = 6t^4$	h. $2x + 3x = 5x^2$

… /…

Evaluation Q.C.M

… / …

Coche les bonnes réponses :

		R1	R2	R3	R4
1	$(3b-5)(2b-3) = \dots$	$3b - 5 \times 2b - 3$	$\boxed{6b^2 - 19b + 15}$	$6b^2 - 19b - 15$	$6b^2 - 15$
2	$(x+1)^2 = \dots$	$x^2 + 1$	$x^2 + 2$	$x^2 + 2x + 2$	$\boxed{x^2 + 2x + 1}$
3	$(2a+3)(2a-3) = \dots$	$(2a+1)^2$	$2a^2 - 9$	$\boxed{4a^2 - 9}$	$2a + 3 \times 2a - 3$
4	$(3n-4)^2 = \dots$	$\boxed{9n^2 + 16 - 24n}$	$9n^2 - 16$	$9n^2 - 24n - 16$	$3n^2 - 8$
5	$\left(\frac{2}{3}a+1\right)\left(1-\frac{2}{3}a\right) = \dots$	$\frac{4}{6}a^2 - 1$	$\boxed{1 - \frac{4}{9}a^2}$	$\frac{4}{9}a^2 - 1$	$\frac{4}{9}a^2 + 1$
6	A = $3(x+1)-(x+1)(x-2)$ est...	une somme	**une différence**	un produit	un quotient
7	L'expression A...	est réduite	**peut être factorisée**	**peut être développée**	admet x comme facteur commun
8	A = ...	$\boxed{(x+1)(5-x)}$	$(x+1)(-x+1)$	$-x^2+2x-1$	$\boxed{-x^2+4x+5}$

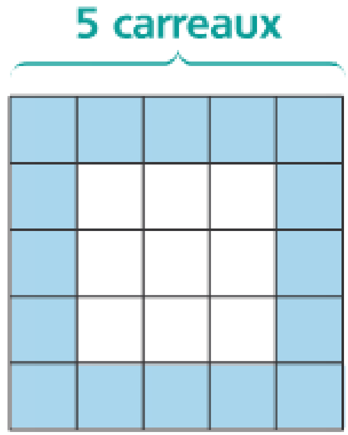
.../...

Fin

Fiche exercice n°6
non corrigé

…/…

17 On découpe un carré en un certain nombre de petits carreaux superposables et on colore les petits carreaux du pourtour.



1. Combien de carreaux colore-t-on lorsque sur le côté du carré il y a :

a. 5 carreaux ? **b.** 7 carreaux ?

c. 10 carreaux ?

2. On note n le nombre de carreaux sur un côté du carré. Voici les expressions du nombre de carreaux colorés, proposées par certains élèves :

① $2n + 2(n - 2)$ ② $4n - 4$

③ $n + 2(n - 1) + (n - 2)$ ④ $4(n - 1)$

⑤ $[n + (n - 2)] \times 2$

a. Expliquer comment chaque élève a procédé pour obtenir son expression.

b. Calculer le nombre de carreaux colorés lorsque $n = 50$. Indiquer l'expression utilisée.

… /…

37 t désigne un nombre relatif.

$A = 2 - (t - 3) + 4(t - 1)$

$B = 5(t + 1) - 2(t + 2)$

$C = t(t + 2) - t(t - 1) + 1$

$D = \frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}\,t^2 + \frac{9}{2}\,t\right) - t^2$

Ces quatre expressions ont-elles la même forme réduite ?

39 Recopier ce tableau et relier chaque expression de gauche à sa valeur pour $x = -\frac{1}{3}$ en utilisant la calculatrice.

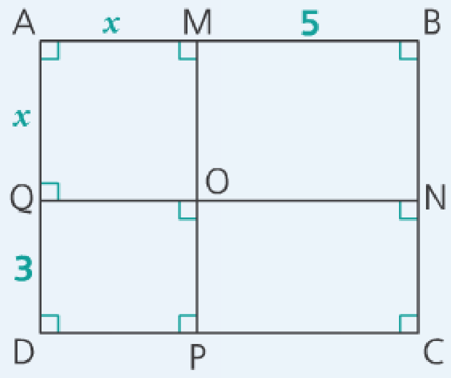
$2(3-2x)-5(1+2x)$ •	• -10
$-(-9x+5)-3(2+4x)$ •	• $-\frac{7}{9}$
$x(2x-1)-3(x^2-x)$ •	• $\frac{17}{3}$

… /…

8 Les dimensions sont indiquées en cm.

a. Écrire l'aire en cm^2 du rectangle ABCD de quatre façons différentes.

b. Développer et réduire chaque expression trouvée et vérifier que l'on obtient la même réponse.



... / ...

56 Voici des développements effectués par Hervé, malheureusement une partie est cachée.
Peut-on dire à Hervé, dans chaque cas, s'il a commis une erreur ou non ?

a. $(x + 3)(x - 5) = x^2 \quad + 15$

b. $(t - \frac{1}{2})(2 - t) = t^2 \quad - 1$

c. $(2x + 1)(3x - 4) = 6x^2 \quad - 4$

d. $(3a - 1)(4a - 2) = \quad - 10a + 2$

e. $(-5 + 2x)(1 - 2x) = -4x^2 - 8x$

… /…

Mr Monastier : Collège de l'Europe Jean Monnet

1. Calculer une expression littérale SOCLE

a) Pour $x = 5$, calculer :

$A = x^2$ $B = 3x + 4$ $C = (2x + 3)^2$ $D = 3x^2 + 2x + 4$

b) Pour $x = -3$ calculer :

$E = -7x + 5$ $F = 2x^2 - 4x + 5$ $G = (5 + 4x)(7x - 8)$

… / …

2. Tester une égalité

Soient $A = 3x^2 - 2x + 4$ et $B = 13x - 14$

a) Pour $x = 2$, calculer A puis calculer B.

b) Pour $x = 3$, calculer A puis calculer B.

c) A-t-on $A = B$ quelle que soit la valeur de x ?

… / …

Soit $E = 2x^2 + 3x + 1$

On veut calculer E pour toutes les valeurs entières de x de 1 à 50.

On va faire afficher dans la colonne A les valeurs de x et dans la colonne B les valeurs correspondantes de E.

	A	B
1		
2		
3		

a) Quel nombre écrire en A1 ?

Quelle formule entrer dans la cellule A2 ?

b) Quelle formule entrer dans la cellule B1 pour faire effectuer le calcul souhaité ?

c) Comment compléter le tableau pour obtenir toutes les valeurs de 1 à 50 dans la colonne A et toutes les valeurs correspondantes dans la colonne B ?

.../...

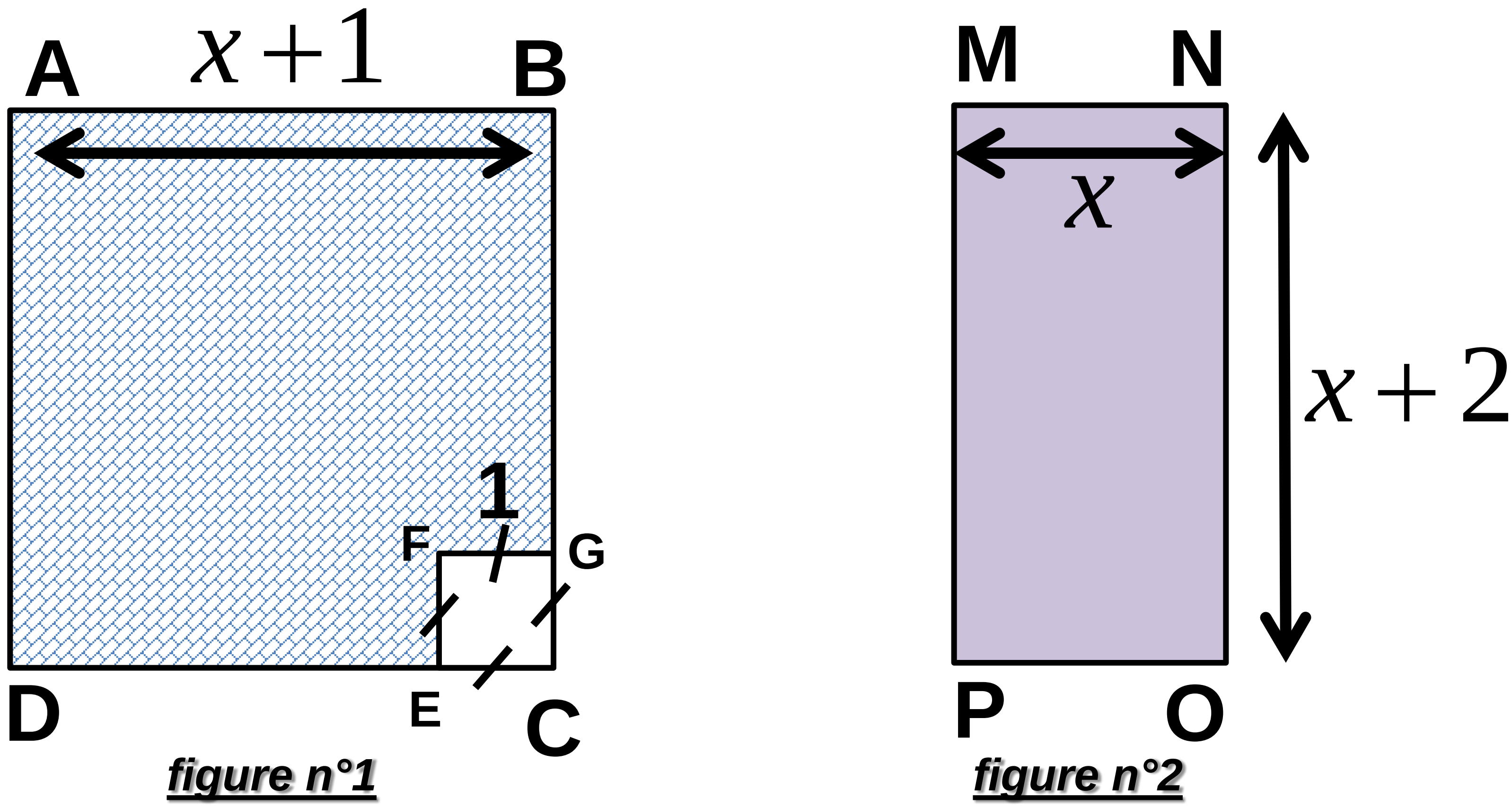
Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre et lui ajouter 4.
- Élever le résultat au carré.
- Retrancher 36 au nombre obtenu.

1. Appliquer ce programme au nombre 3. Quel nombre trouve-t-on ?
2. On appelle n le nombre choisi au départ. Exprimer en fonction de n le résultat de ce programme.
3. Tester le résultat trouvé pour n=3. Faire une conclusion.

…/…

ABCD est un carré, CEFG est un carré et MNOP est un rectangle.



a) Calculer l'aire de la figure hachurée n°1.

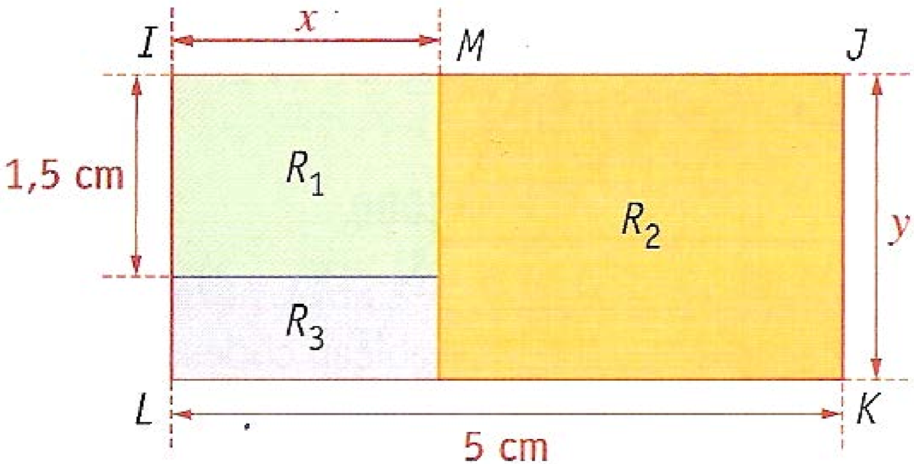
b) Calculer l'aire de la figure hachurée n°2.

c) Démontrer que les 2 figures hachurées ont la même aire.

... / ...

IJKL est un rectangle, R1, R2 et R3 sont des rectangles.

On pose : $IM = x$ et $JK = y$



a) Quels sont les nombres possibles pour le nombre x et pour le nombre y ?

b) Exprimer à l'aide de x et de y les dimensions de chacun des rectangles IJKL, R1, R2 et R3

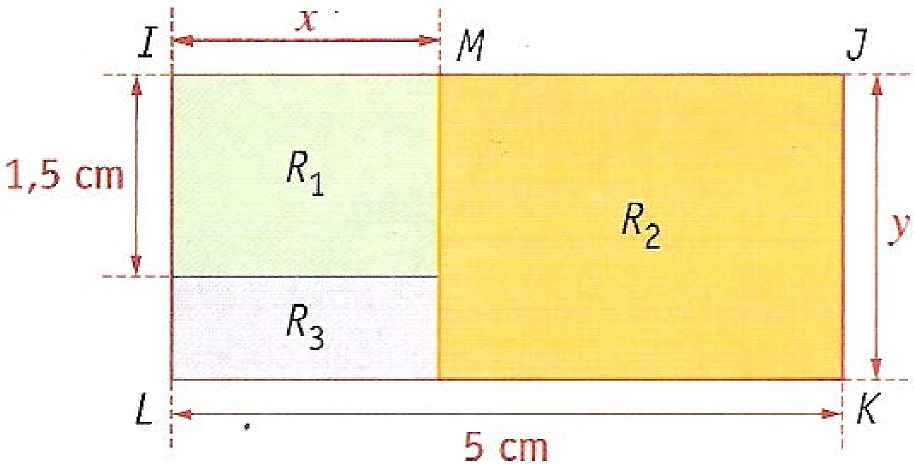
c) Pour quelle valeur de x le rectangle R1 est un carré?

d) Pour quelle valeur de y le rectangle IJKL est un carré?

… / …

IJKL est un rectangle, R1, R2 et R3 sont des rectangles.

On pose : $IM = x$ et $JK = y$



e) Pour chacun des rectangles R1, R2 et R3 écrire leur périmètre.

f) Donner une expression de leur aire sous forme développée.

g) Trouver une valeur de x et de y pour que R1 et R3 soit simultanément un carré?

…/…