Leçon : Agrandissement et réduction

Définitions :

On parle d'agrandissement d'une figure si toutes les longueurs ont été **multipliées** par une même valeur.

■ On dit que la figure a été agrandie d'un **rapport k**, si toutes les longueurs de la figure ont été multipliées par k avec **k > 1**.

■ On dit que la figure a été réduite d'un **rapport k**, si toutes les longueurs de la figure ont été multipliées par k avec **k < 1**.

■ Lorsque : les longueurs sont multipliées par **k = 1** : on parle de **reproduction**.

Propriétés :

■ On s'aperçoit alors que les angles sont conservés ainsi que le parallélisme.

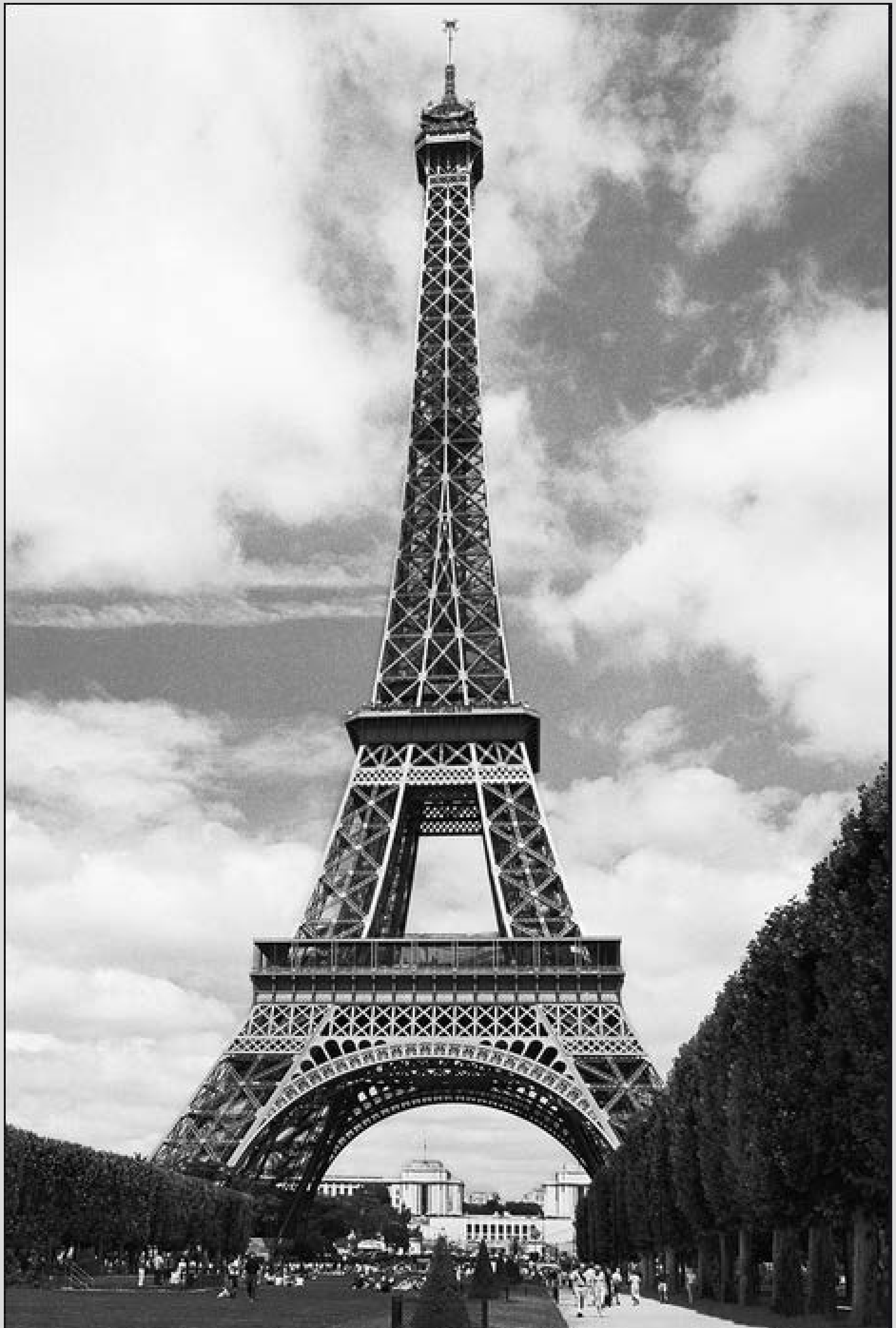
Remarque :

Pour trouver le rapport K,
On divise la Longueur finale par la longueur initiale.

$$K = \frac{\text{Longueur finale}}{\text{Longueur initiale}}$$

On a aussi : Longueur finale = (Longueur de départ) x K

Activité : Photos



Voici la photo originale de la tour Eiffel

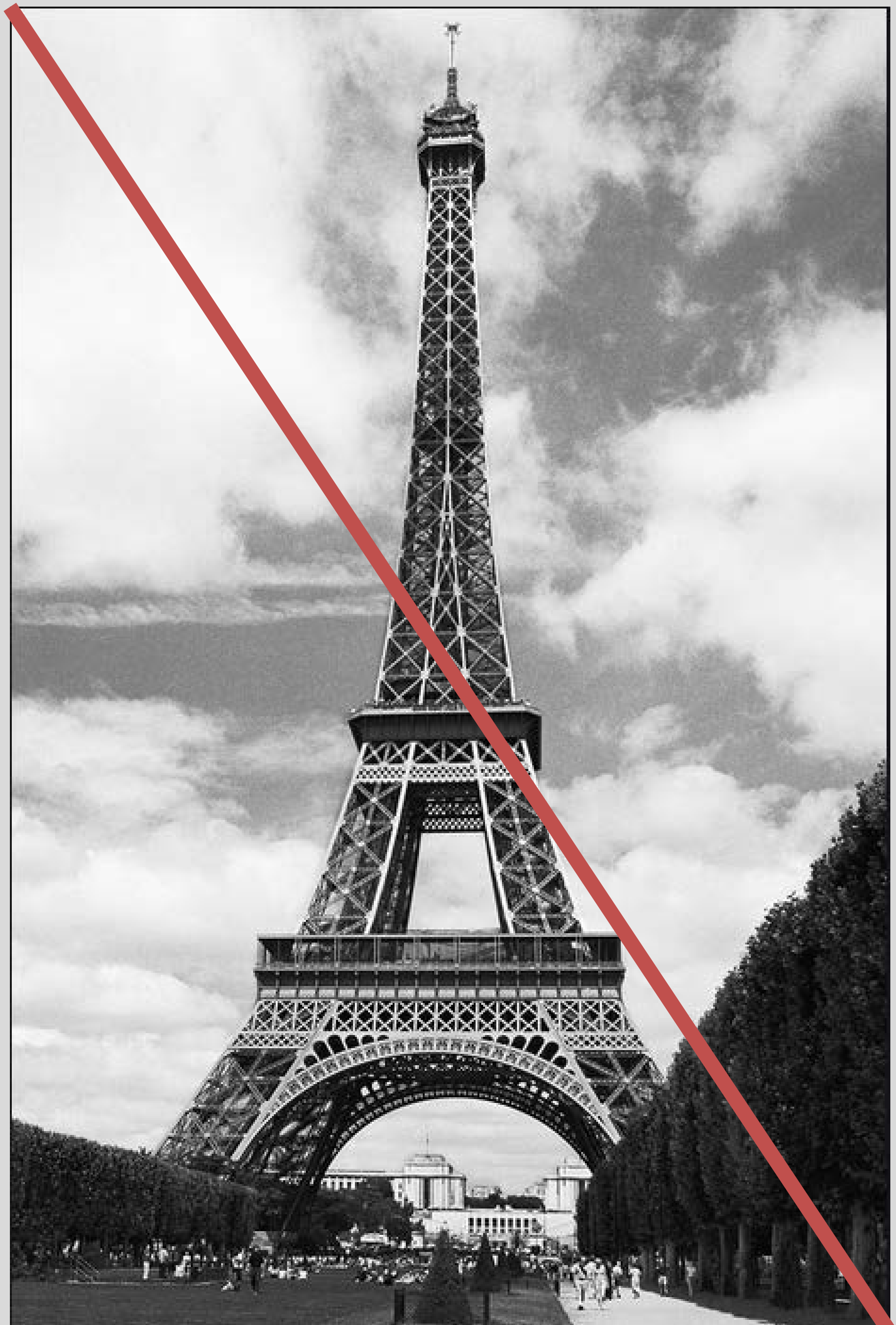
Elle a été prise avec mon téléphone l'an dernier.

à droite, j'ai rétréci ma photo originale et je recherche celle qui est une réduction…

photo n°1

photo n°2

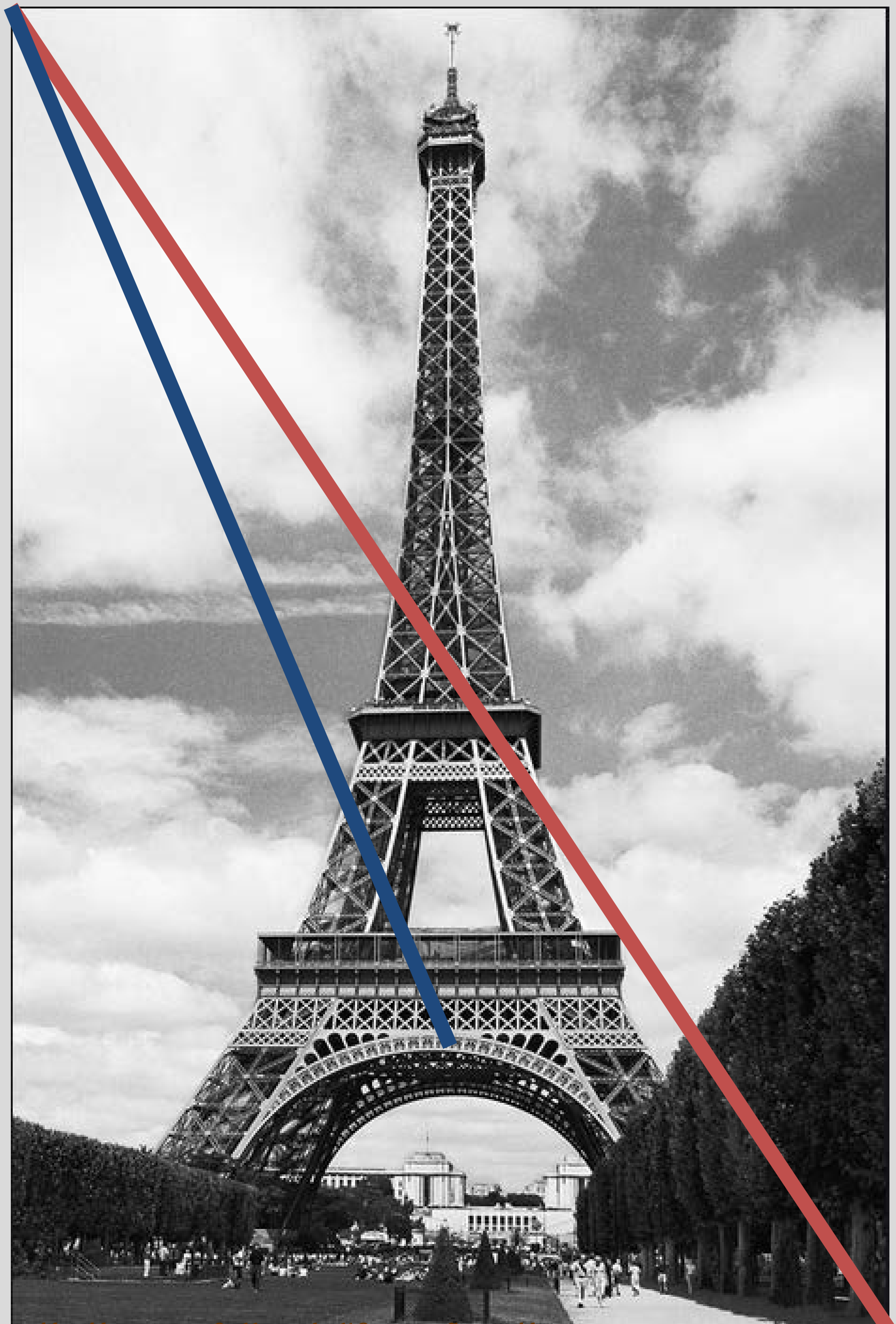
photo n°3

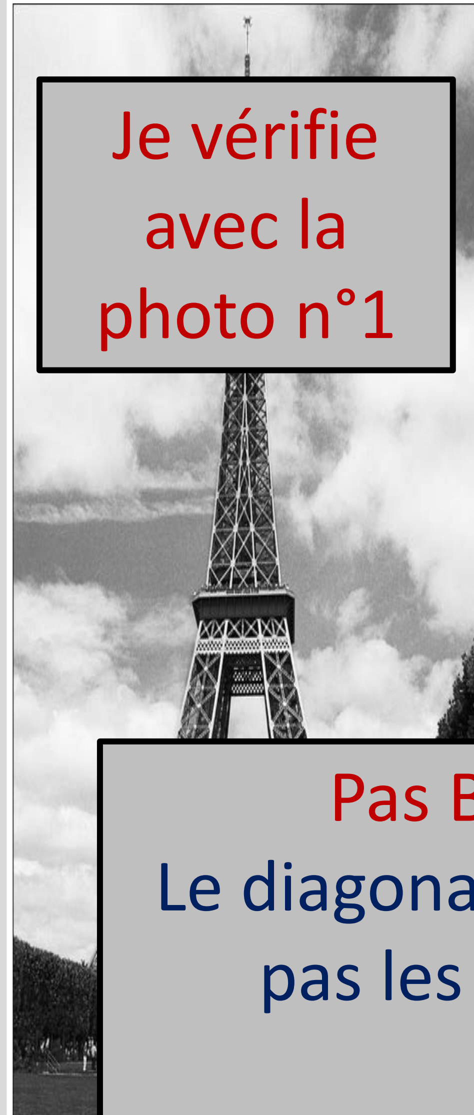


Pour être sur que c'est bien une réduction, je trace la diagonale sur ma photo originale

Ma photo réduite doit être sur la même diagonale !

Car elle doit respecter la même proportion !



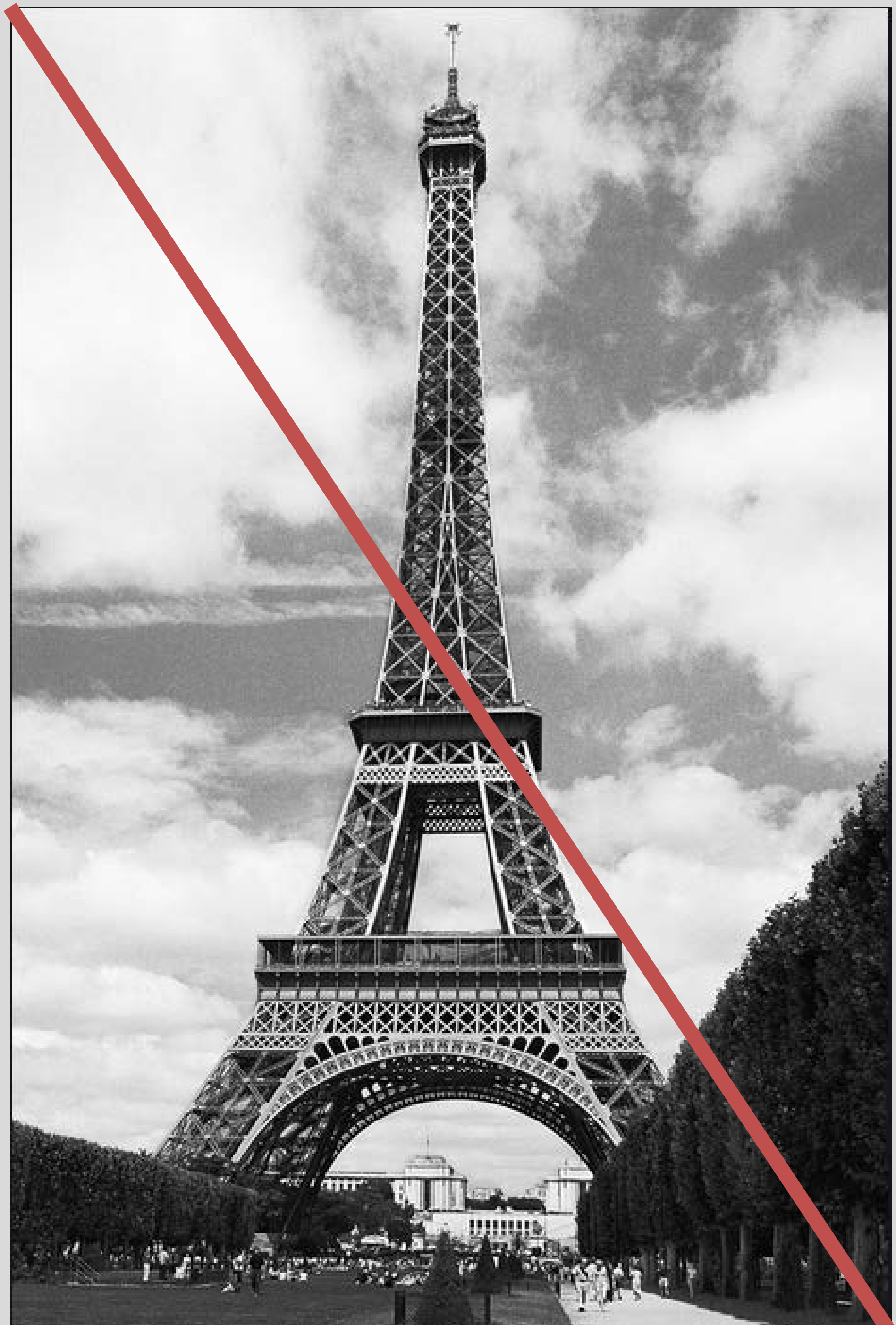


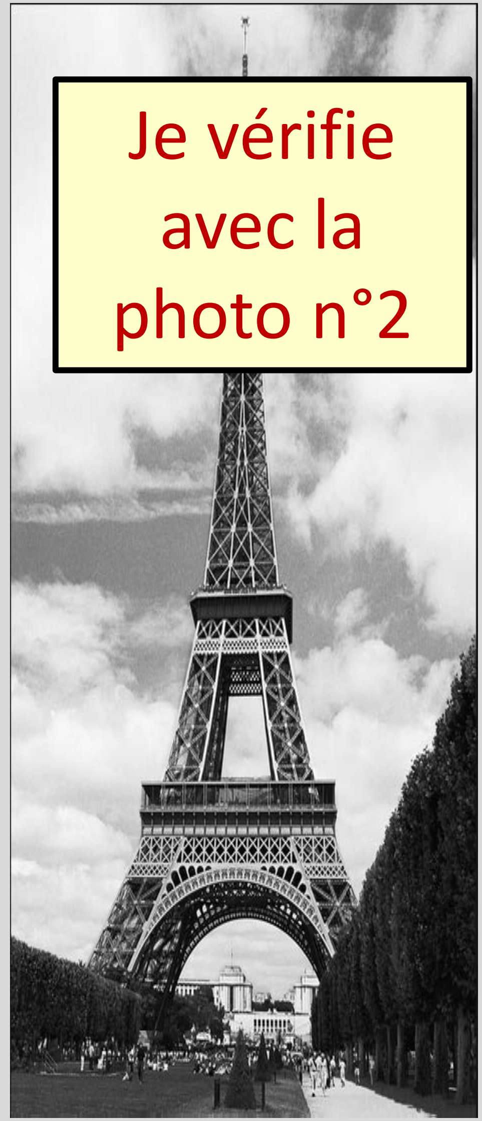
Je vérifie avec la photo n°1

Pas Bon !!

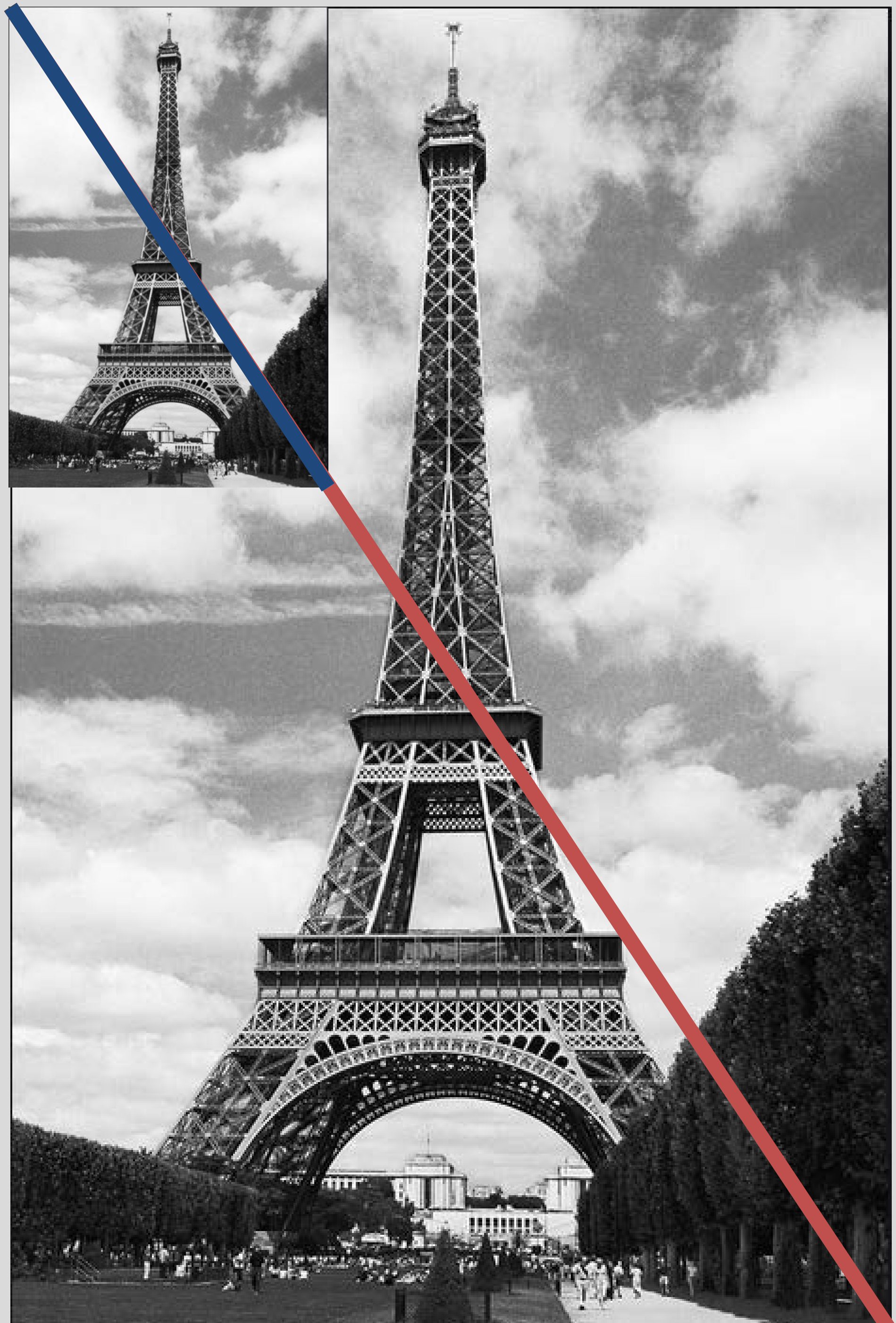
Le diagonales ne sont pas les mêmes

Cette photo n'est pas une réduction





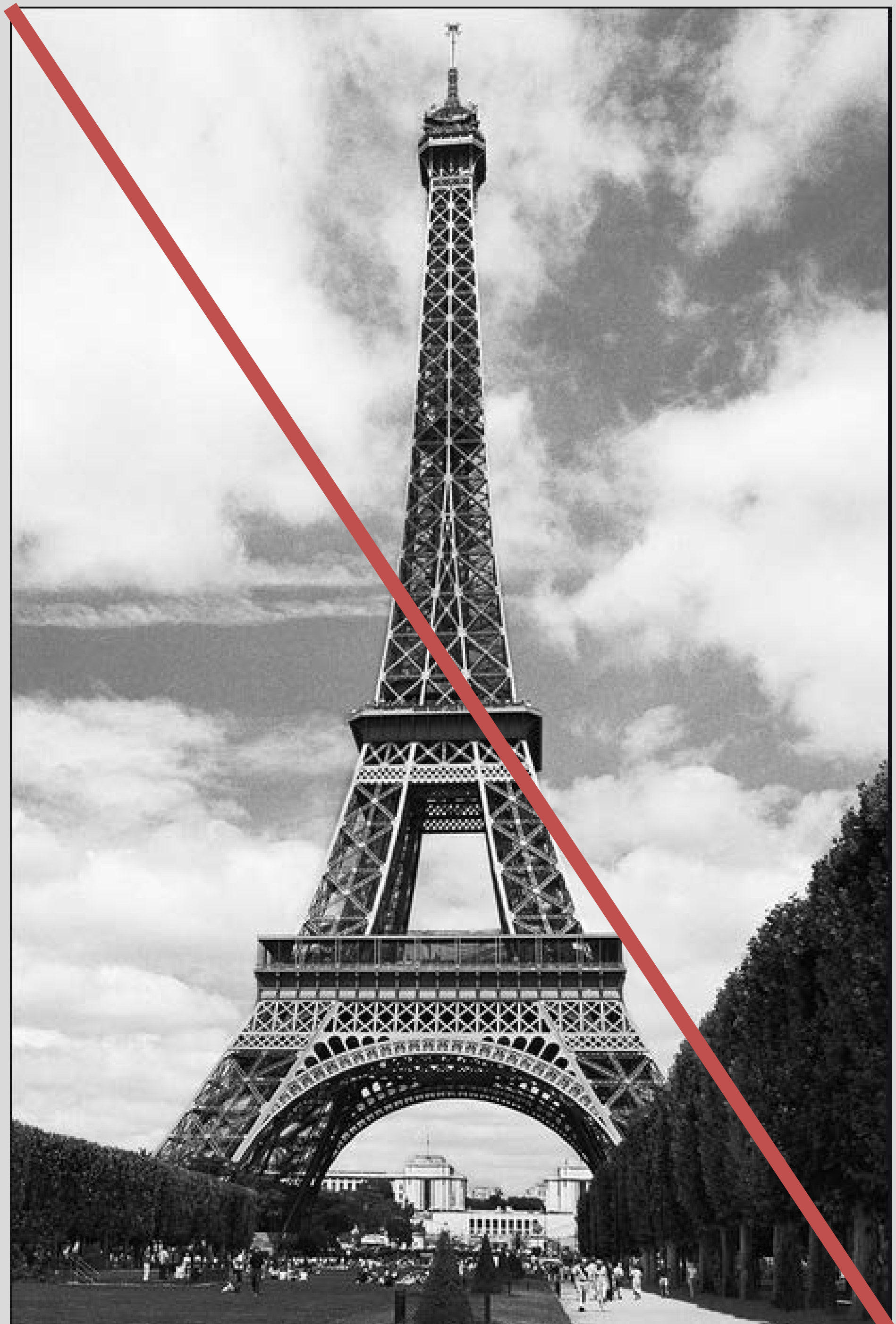
Je vérifie avec la photo n°2



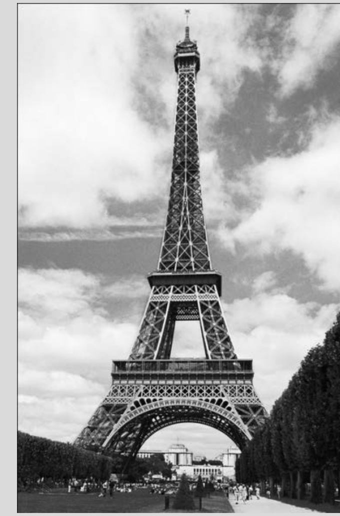
C’est Bon !!

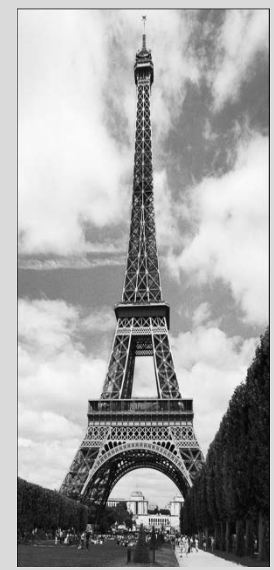
Le diagonales sont l’une sur l’autre.

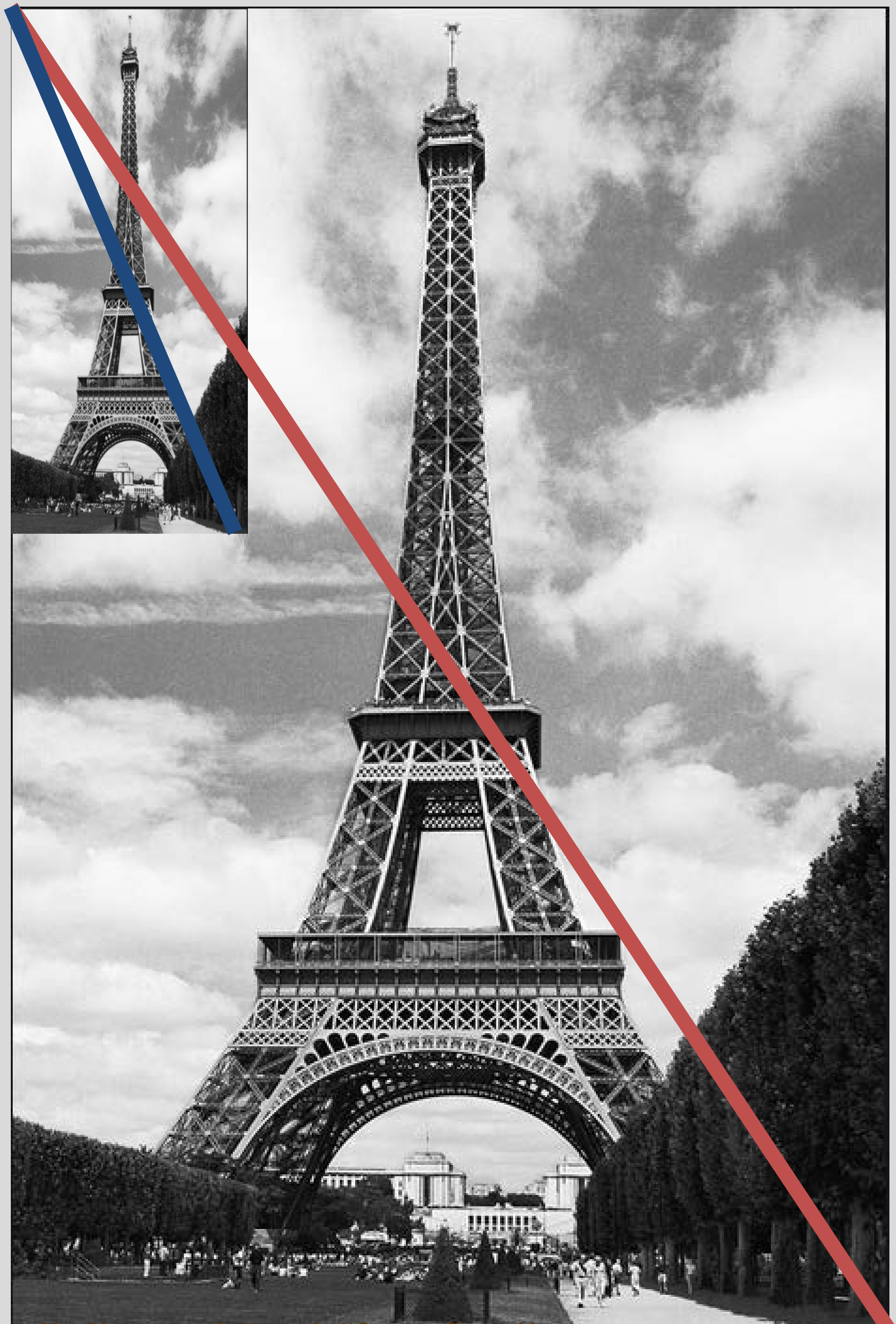
Cette photo est une réduction de l’originale

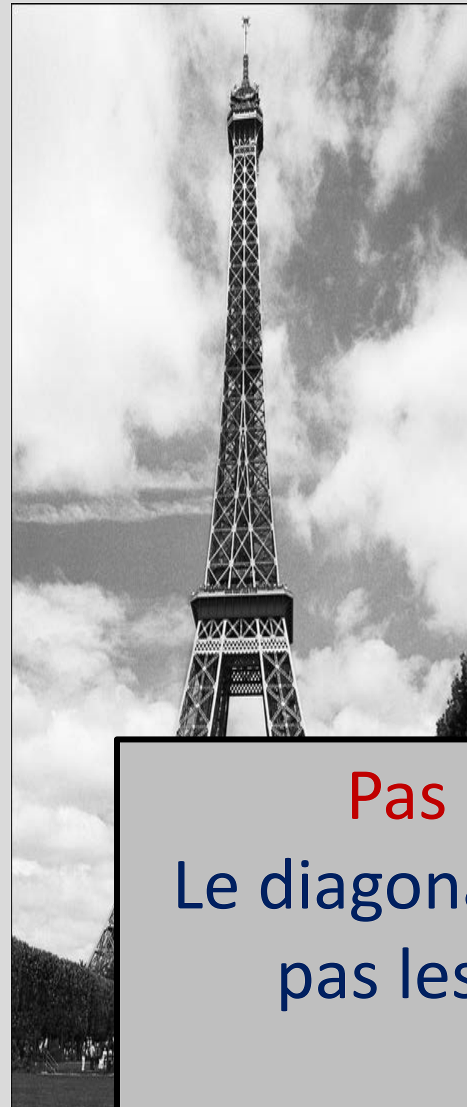


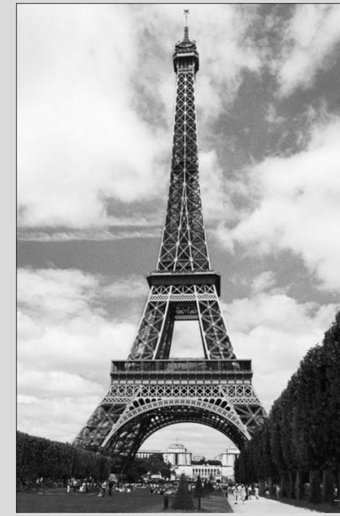
Je vérifie avec la photo n°3









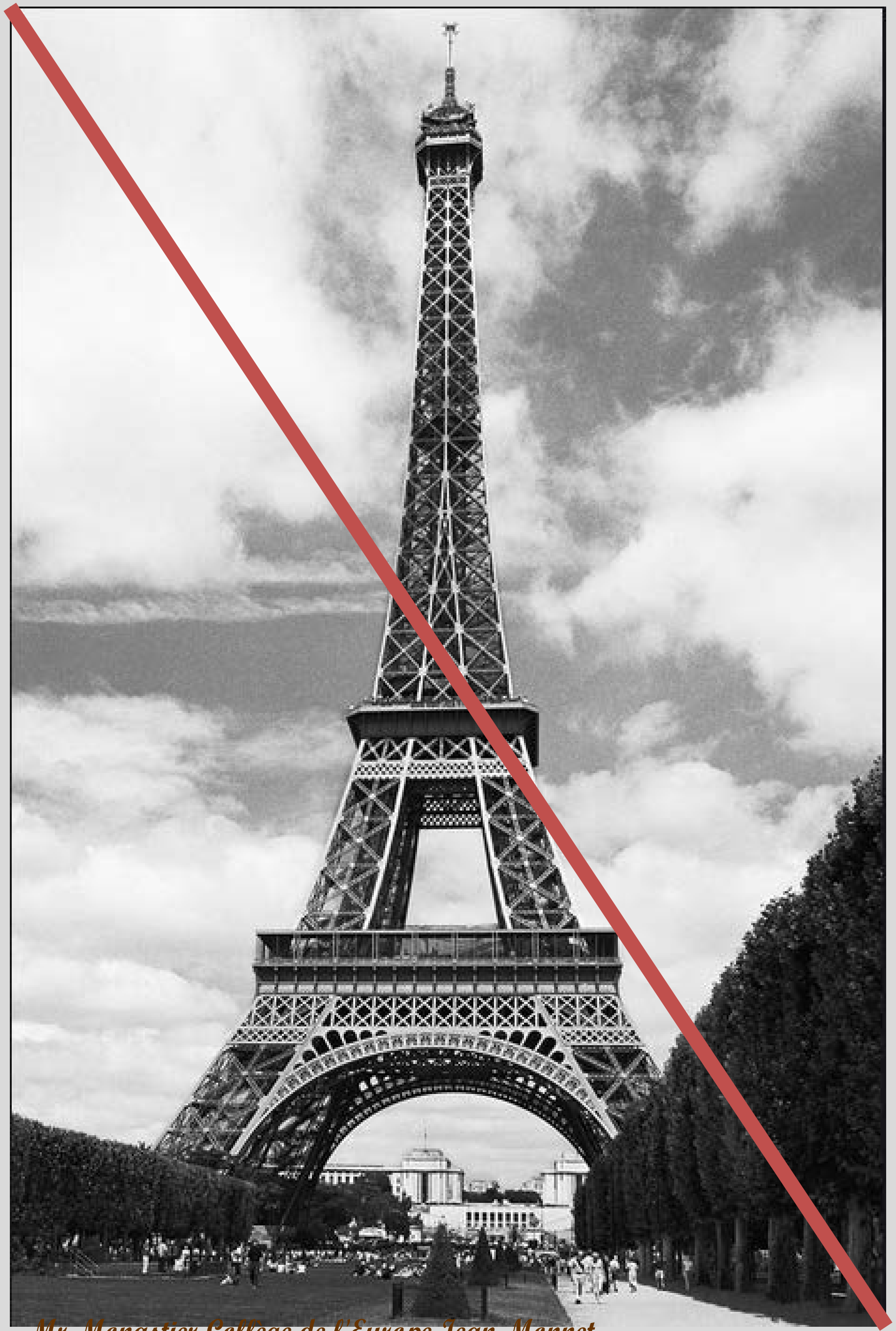


Pas Bon !!

Le diagonales ne sont pas les mêmes

Cette photo n'est pas une réduction

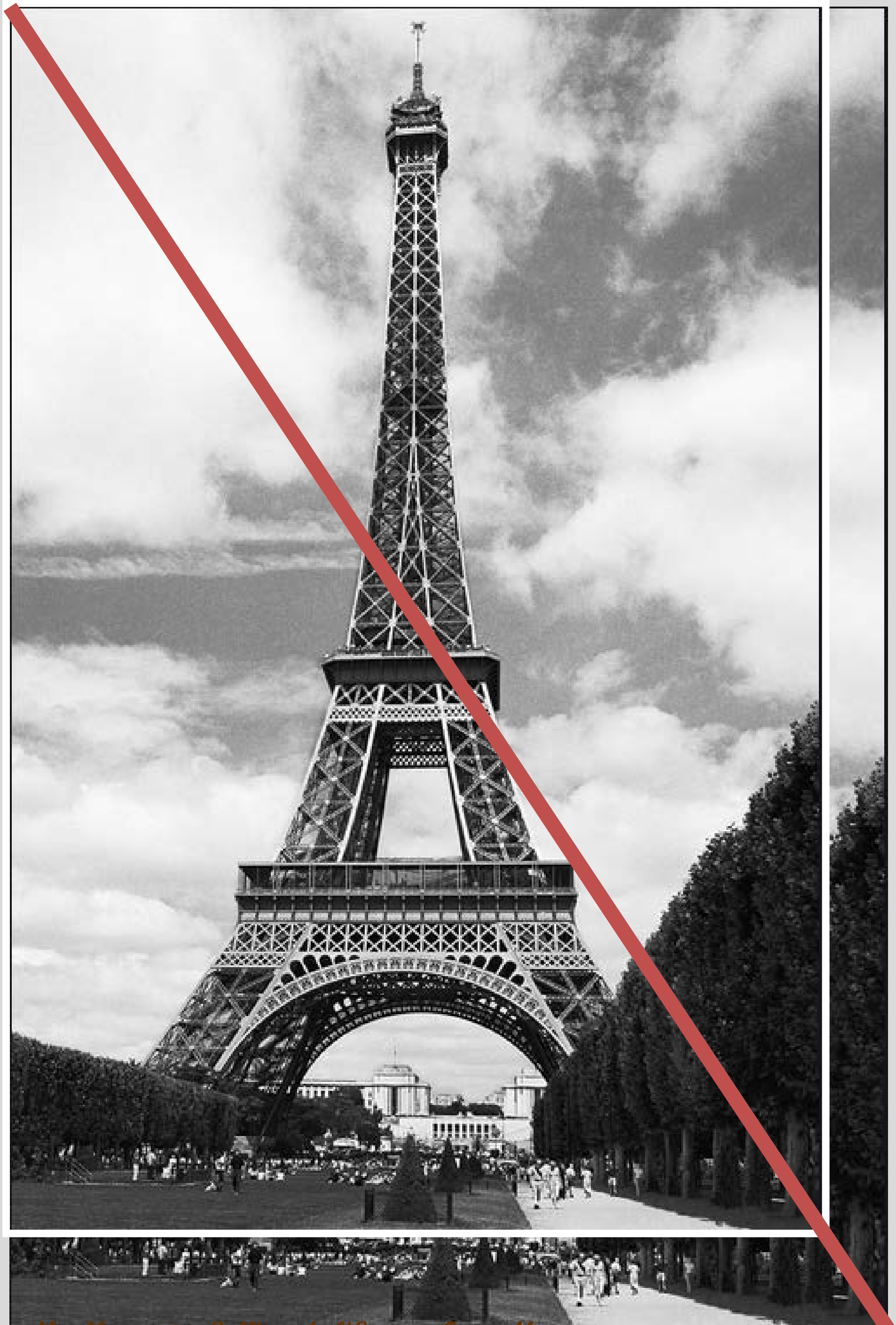
Mr Monastier Collège de l'Europe Jean Monnet



Mr Monastier Collège de l'Europe Jean Monnet

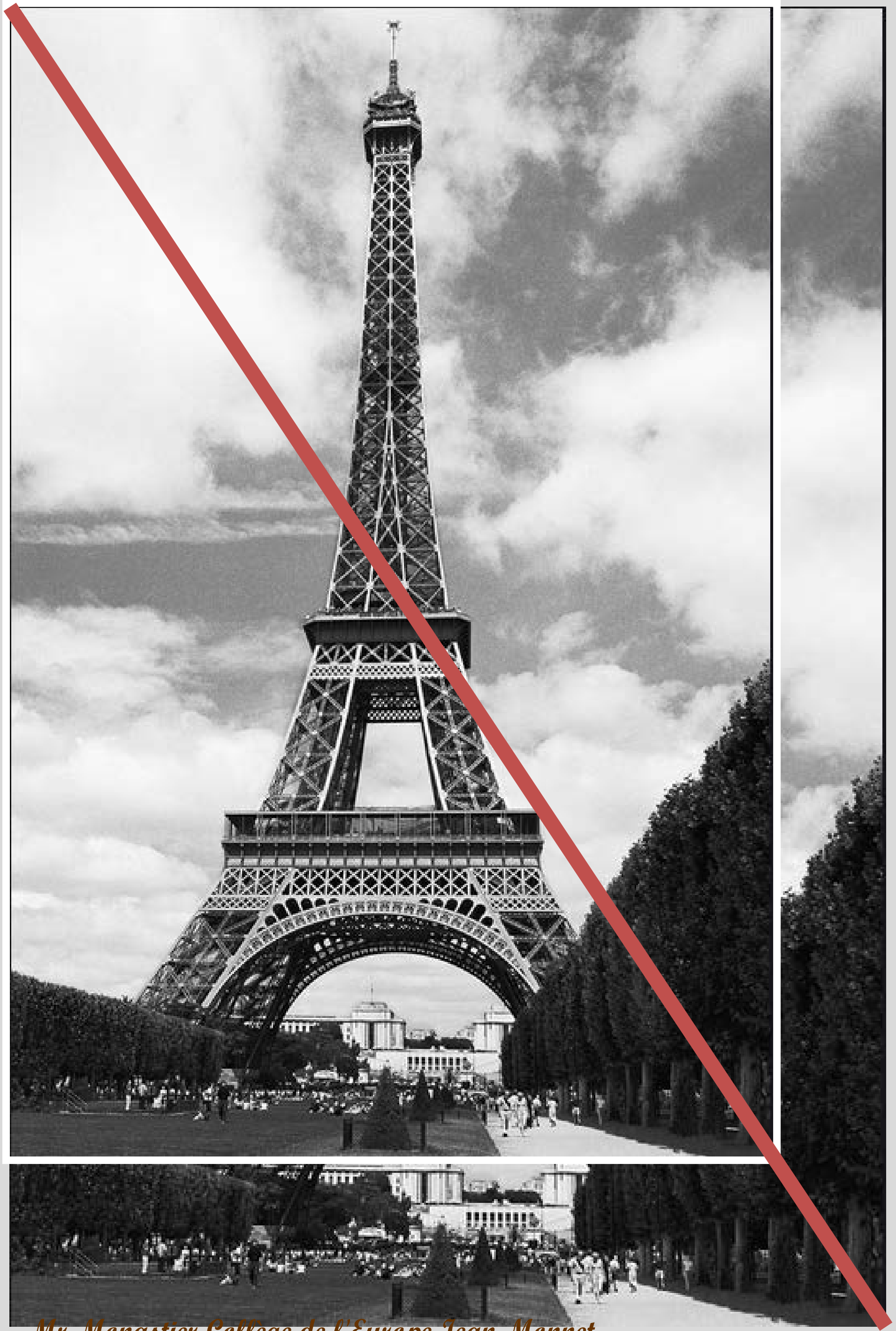
à retenir

Si les photos suivent la diagonale
Alors ce sont des réductions de la photo originale



à retenir

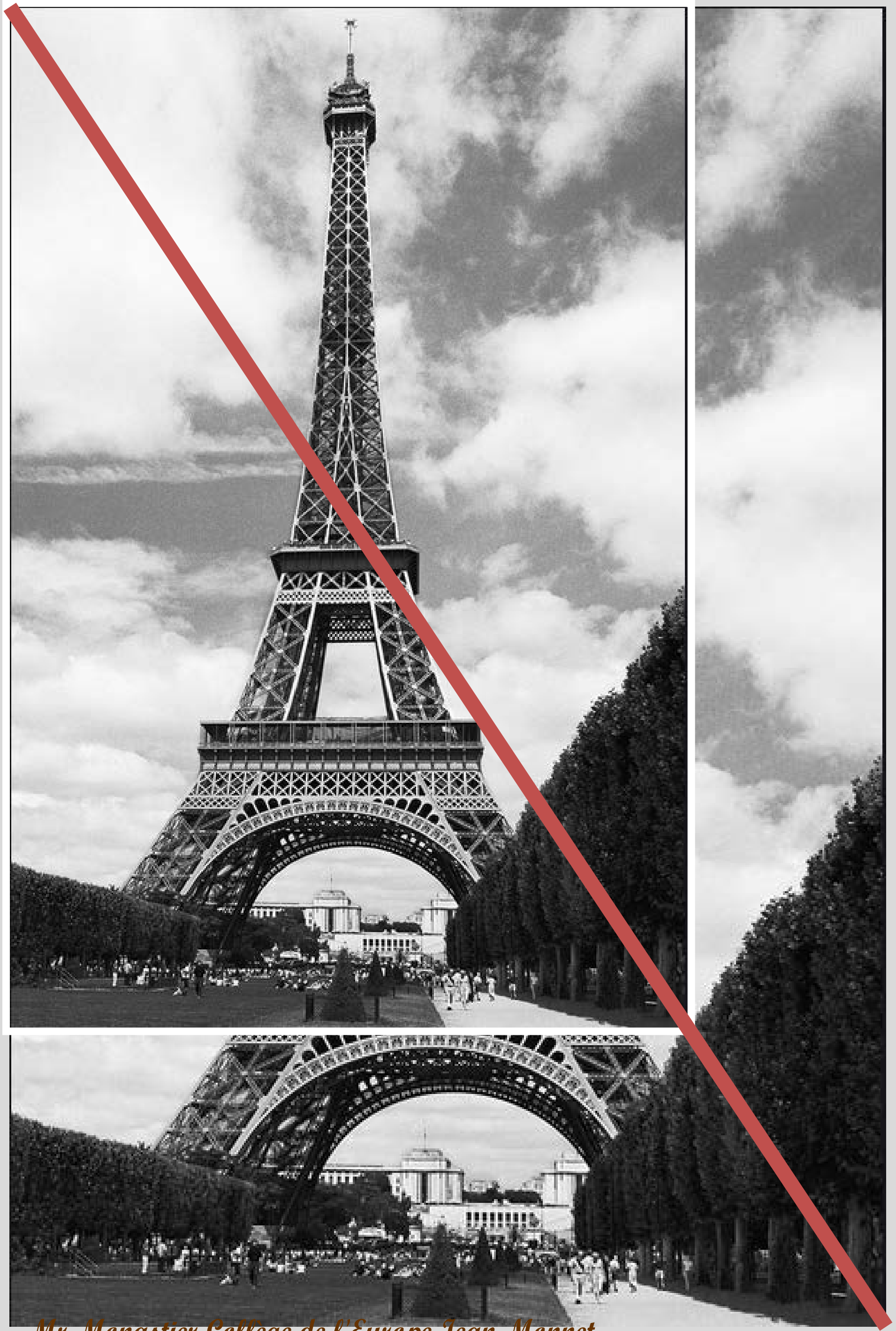
Si les photos suivent la diagonale
Alors ce sont des réductions de la photo originale



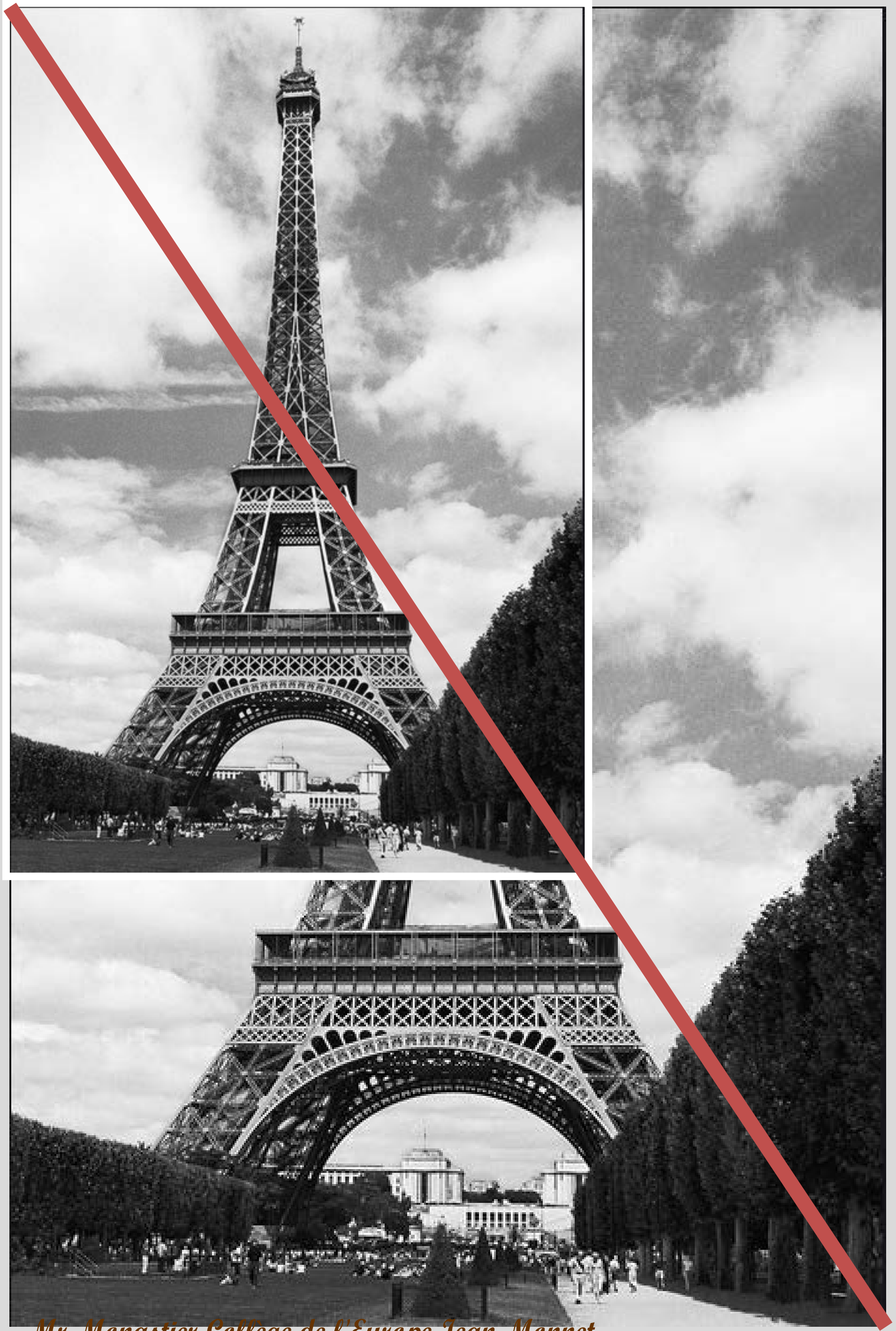
à retenir

Si les photos suivent la diagonale

Alors ce sont des réductions de la photo originale



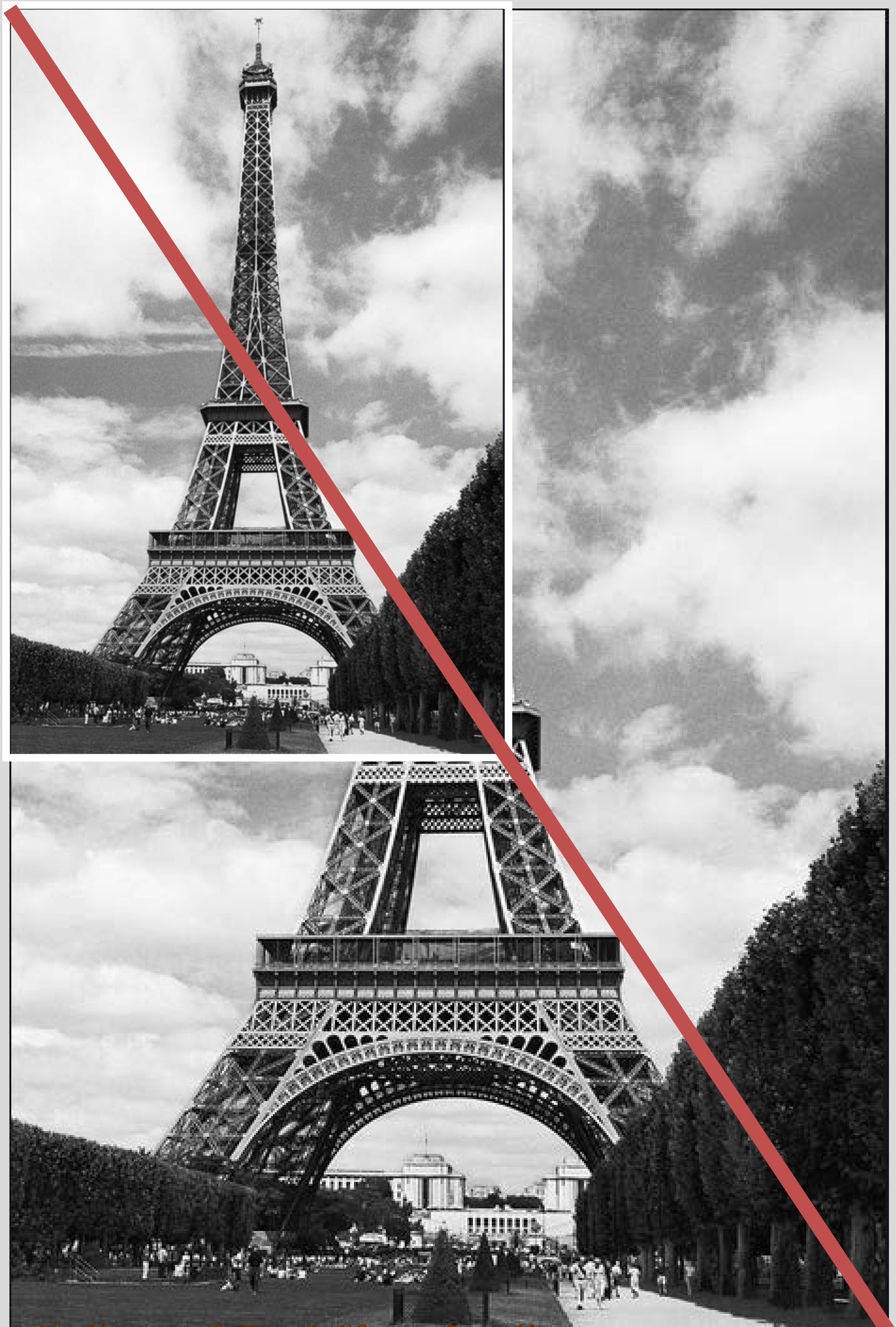
Si les photos suivent la diagonale
Alors ce sont des réductions de la photo originale



à retenir

Si les photos suivent la diagonale

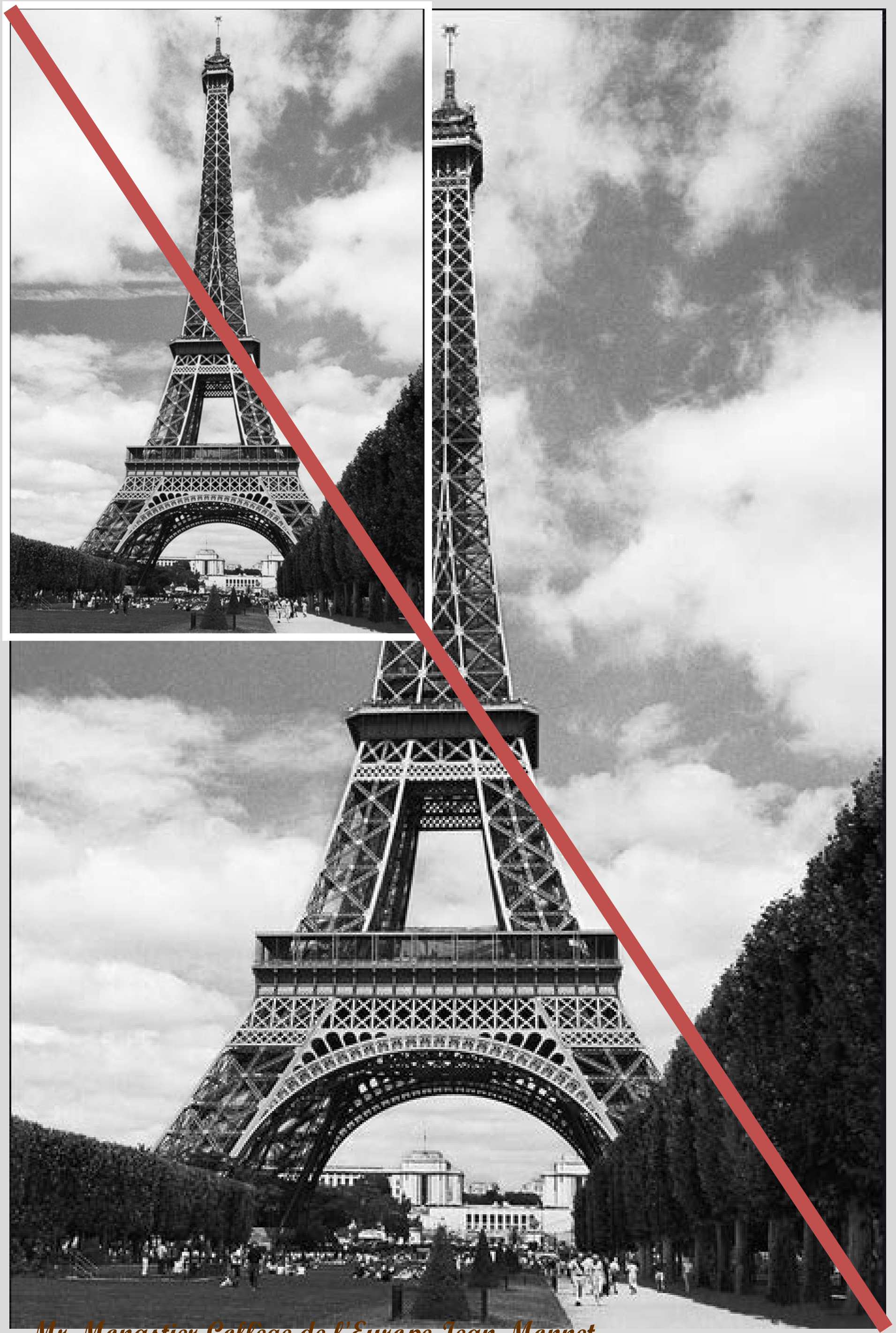
Alors ce sont des réductions de la photo originale



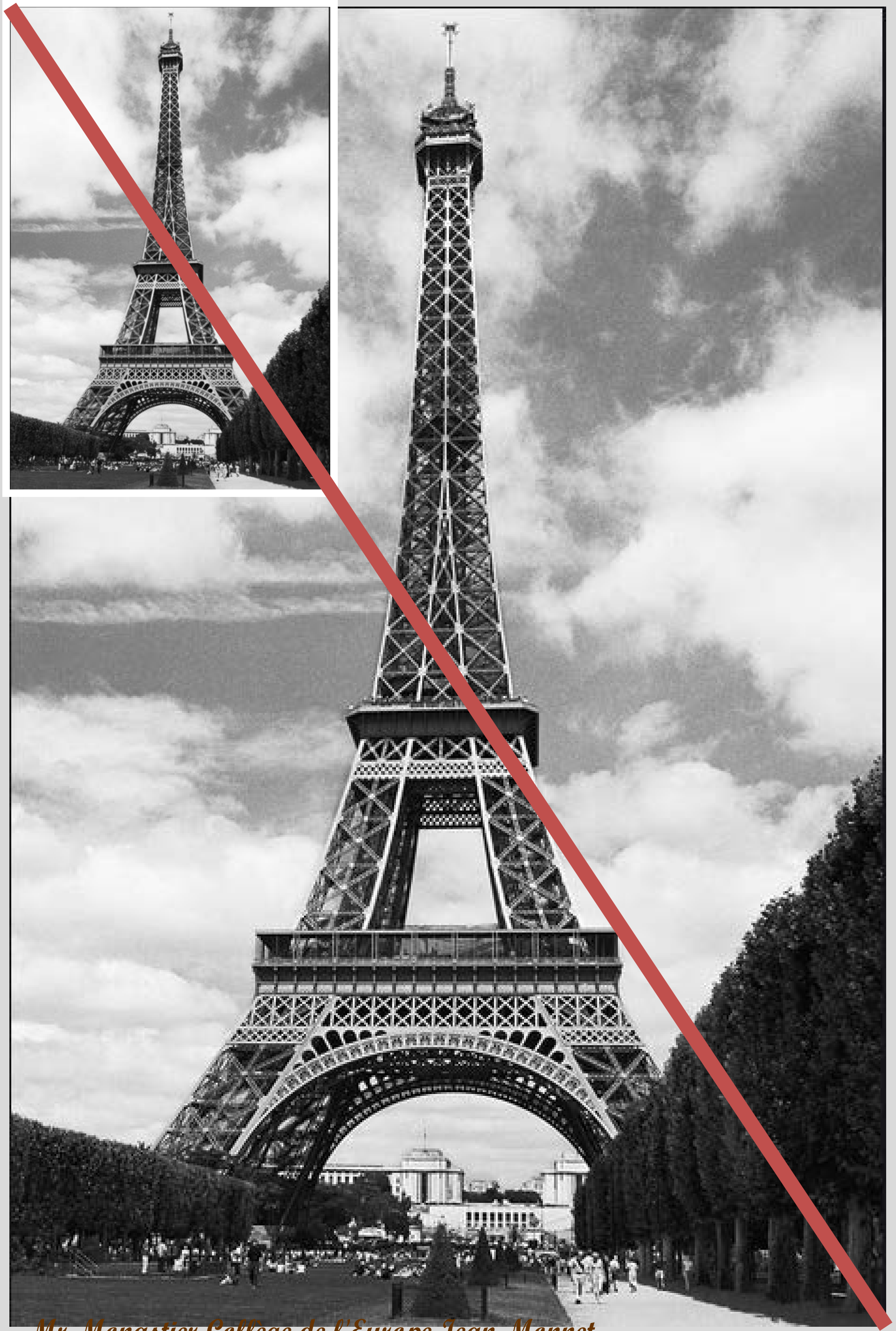
à retenir

Si les photos suivent la diagonale

Alors ce sont des réductions de la photo originale

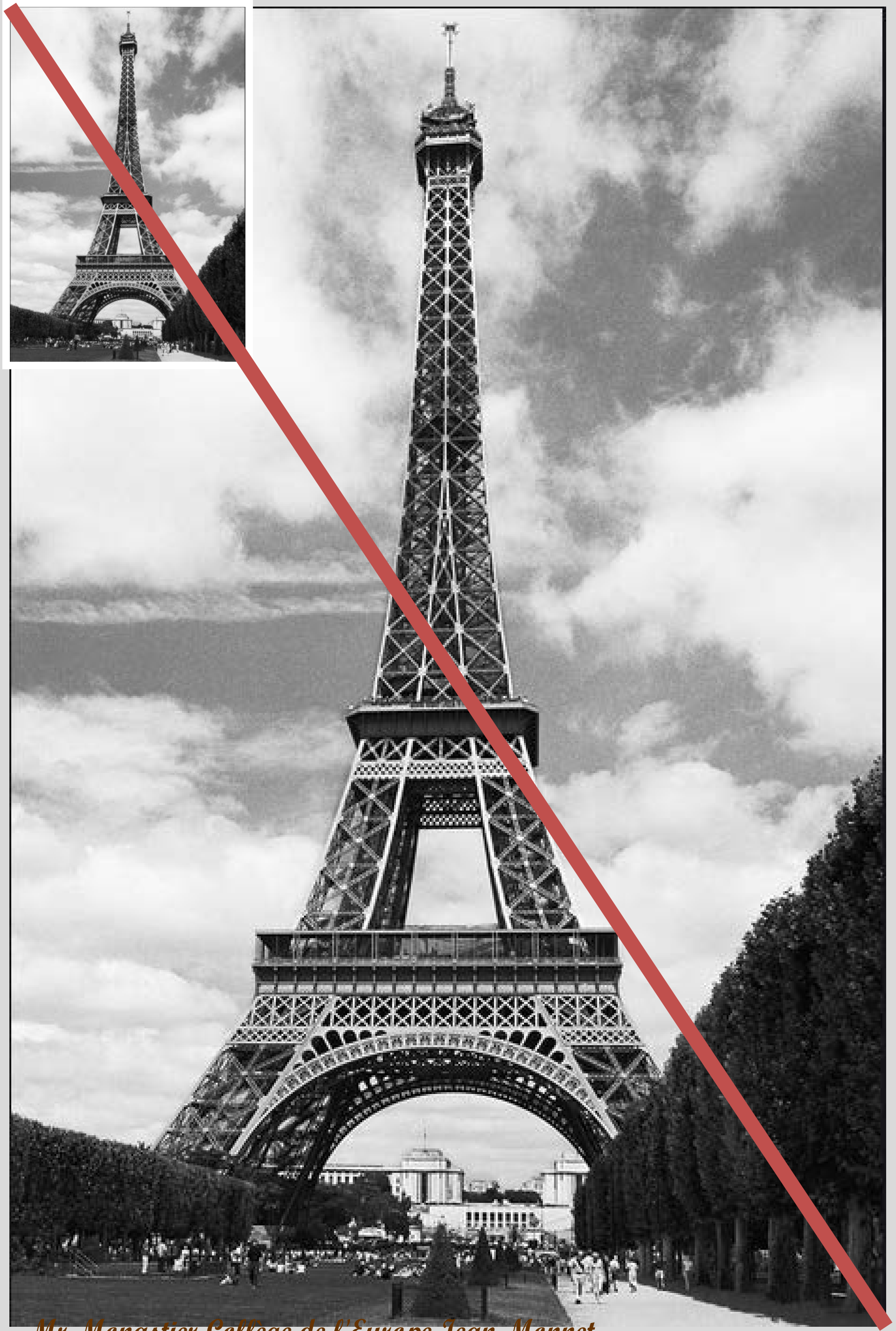


Si les photos suivent la diagonale
Alors ce sont des réductions de la photo originale



à retenir

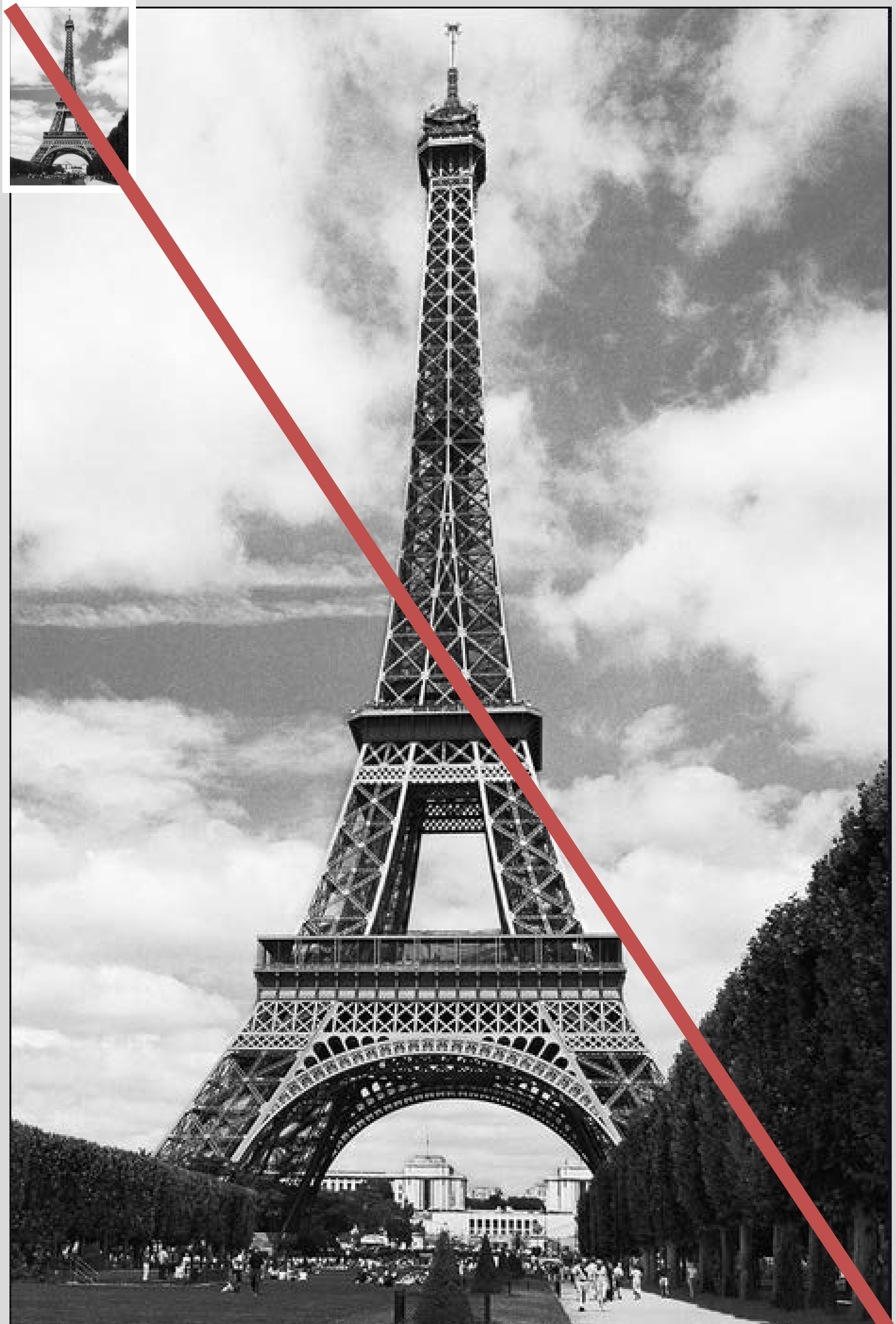
Si les photos suivent la diagonale
Alors ce sont des réductions de la photo originale



à retenir

Si les photos suivent la diagonale

Alors ce sont des réductions de la photo originale



à retenir

Si les photos suivent la diagonale

Alors ce sont des réductions de la photo originale

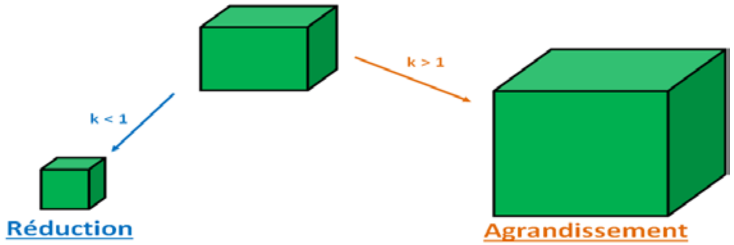
Leçon

1. Agrandissement et Réduction :

Définition Agrandir ou **réduire** une figure, c'est construire une figure de **même forme** en **multipliant les longueurs** de la figure initiale par un nombre k strictement positif.

Vocabulaire : On dit que : « k » est le rapport d'agrandissement ou le rapport de réduction.

- Si k > 1 (supérieur à 1) : Il s'agit d'un agrandissement.
- Si k < 1 (inférieur à 1) : Il s'agit d'une réduction.
- Si k = 1 : Il s'agit d'une reproduction.



exemple :

Si un rectangle a pour dimension : 12 cm par 7cm, alors si k = 2,5 cela entraîne que le nouveau rectangle est un agrandissement du premier (car k > 1)
et il a alors comme dimension : (12 x 2,5 = 30 cm) par (7 x 2,5 = 17,5 cm).
On a multiplié chaque longueur par k.

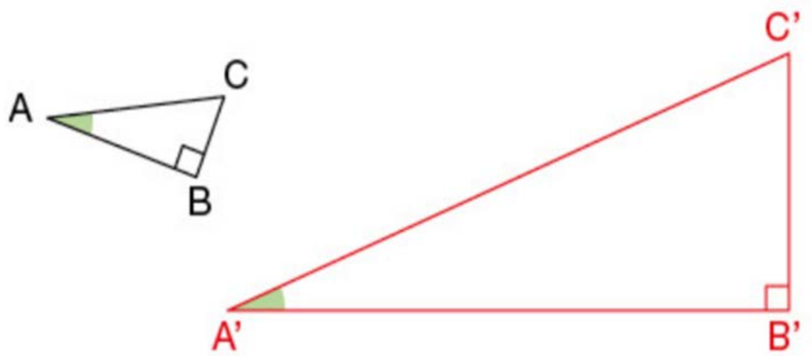
2. Effets sur les longueurs et les angles :

Propriétés Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k :

- les longueurs sont toutes multipliées par k ;
- les mesures des angles sont conservées.

Exemple

La figure rouge est un agrandissement de la figure noire dans le rapport 3,5.



Donc, d'après les propriétés ci-dessus :

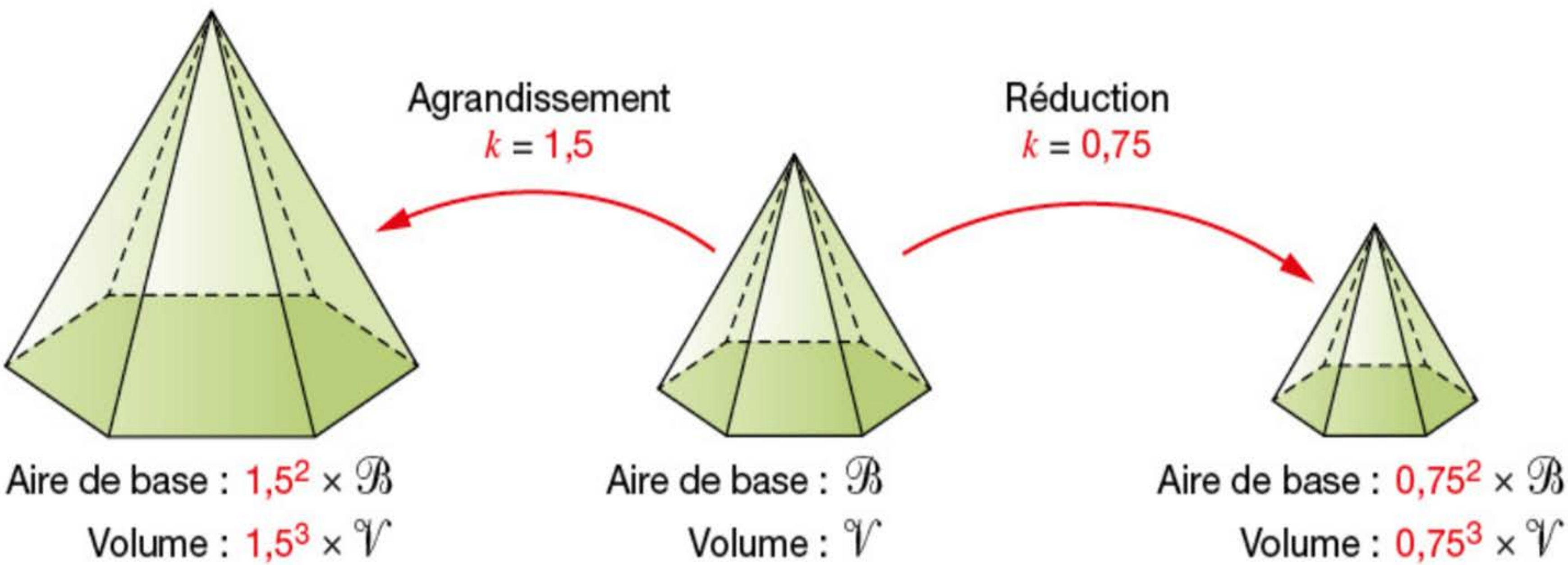
- $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{A'C'}{AC} = \dfrac{B'C'}{BC} = 3{,}5$;
- $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$
- (BC) est perpendiculaire à (AB), donc (B'C') est perpendiculaire à (A'B').

… / …

3. Effets sur les aires et les volumes :

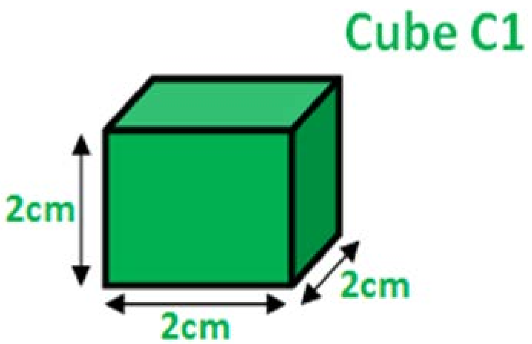
Propriétés Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k :

- l'aire d'une surface est multipliée par k^2 ;
- le volume d'un solide est multiplié par k^3.

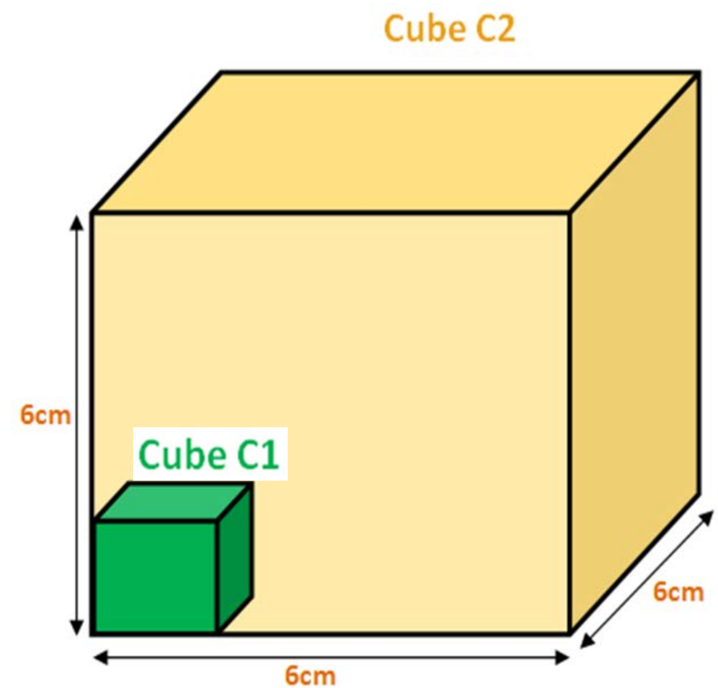


Exercices

Exercices 1 : (Agrandissement d'un cube « C1 »de rapport k = 3)



un rapport
k = 3
signifie
que toute les
longueurs sont
triplées



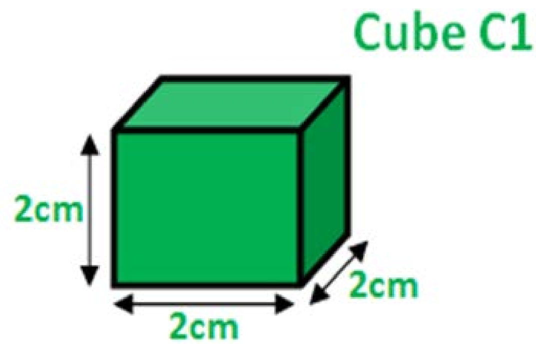
1) Calculer l'aire d'une face et le volume du cube C1.

Correction :

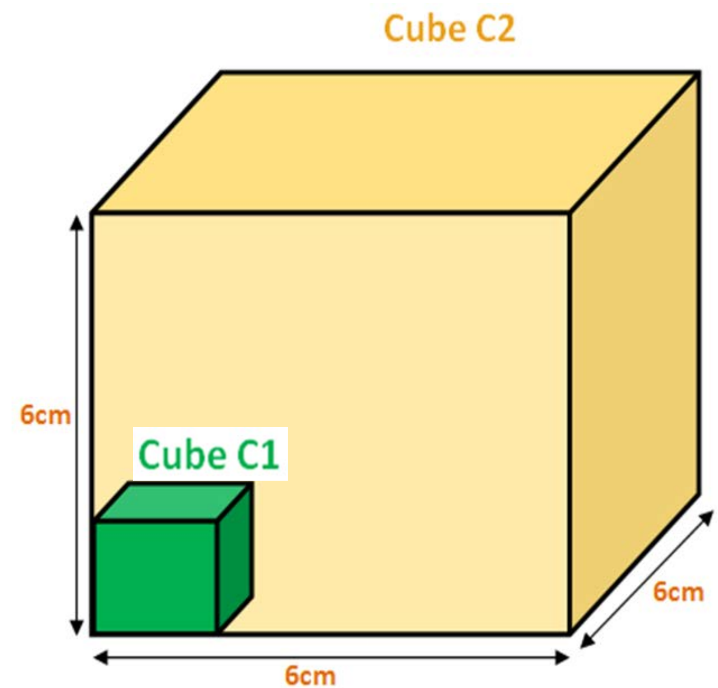
Aire d'une face du cube C1 : $Aire_{C1}$ = côté x côté = 2x2 = 2^2 = 4 cm^2

Volume du cube C1 : $Volume_{C1}$ = côté x côté x côté = $côté^3$ = 2^3 = 8 cm^3

Exercices 1 : (Agrandissement d’un cube « C1 »de rapport k = 3)



un rapport
k = 3
signifie
que toute les
longueurs sont
triplées



Correction :

2) On multiplie la longueur de toute les arêtes par 3 on obtient le cube C2.

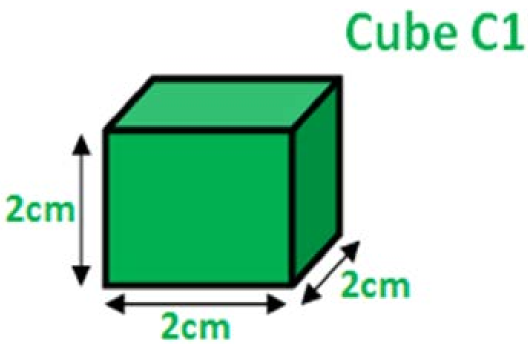
a) Quelle est la longueur des arêtes du cube C2 ?

Le cube C2 représente un agrandissement de rapport k = 3 du cube C1.
Donc toutes les longueurs de C1 sont multiplié par k , donc par 3 :

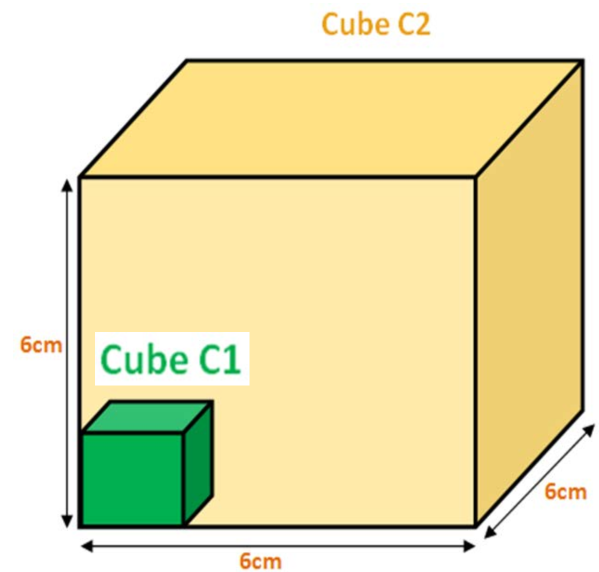
la longueur des arêtes du cube C2 = L1 x k = L1 x 3 = 2 x 3 = 6 cm

… / …

Exercices 1 : (Agrandissement d'un cube « C1 »de rapport k = 3)



un rapport
k = 3
signifie
que toute les longueurs sont triplées



2) On multiplie la longueur de toute les arêtes par 3 on obtient le cube C2.

b) Calculer l'aire de chaque face du cube C2 puis le volume de ce cube.

Correction :

Le cube C2 représente un agrandissement de rapport k = 3 du cube C1.

Donc toutes les aires de C1 sont multiplié par k^2, donc par $3^2 = 9$:

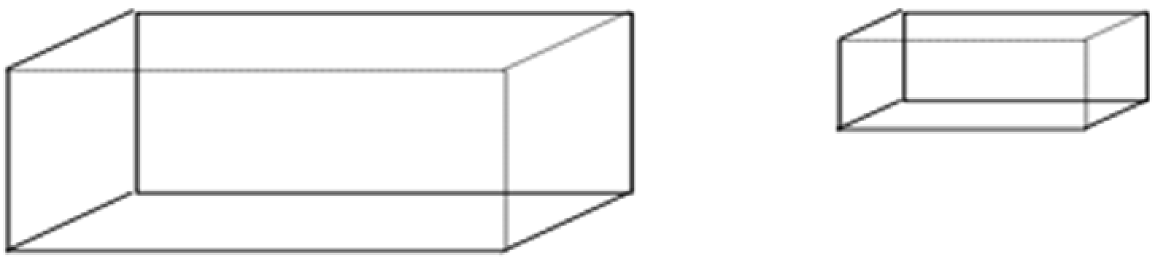
Donc toutes les aires de C1 sont multiplié par k^3, donc par $3^3 =27$:

Donc : Aire de C2 = A1 x 3^2 = 4 x 9 = 36 cm^2

Volume de C2 = V1 x 3^3 = 8 x 27 = 216 cm^3

Exercice 2 : (Réduction d'un pavé de rapport 0,6)

Enoncé : Le petit pavé est une réduction du grand pavé de coefficient 0,6. en sachant que l'aire totale du grand pavé est de 648 cm², Quel est alors l'aire totale du petit pavé ?



Solution :

On sait que l'aire totale du grand pavé est de 648 cm² et que le petit pavé est une réduction.

Or l'ors d'une réduction les aires sont multipliées pas k².

Donc, l'aire total du petit pavé est : $0,6^2 \times 648 = 0,36 \times 648 = 233,28$ cm²

… / …

Exercice 3 :

Un terrain d'aire A = 900 m^2 est représenté sur un plan à l'échelle 1/2000. Quelle est l'aire du terrain sur le plan ?

Solution :

$A' = 900 \times (1 / 2\,000)^2 = 900 \times (1 / 4\,000\,000\ ) = 0,\ 000\,225\ m^2$

$A' = 2{,}25\ cm^2$.

Donc, sur le plan, l'aire du terrain est 2,25 cm^2.

Exercice 4 :

Un pavé a un volume V de 125 cm^3. Ses dimensions sont multipliées par 2. Quel est le volume du pavé agrandit ?

Solution :

$V' = 125 \times 2^3 = 125 \times 8 = 1\,000$ cm^3.

Le volume du pavé agrandit est 1 000 cm^3.

QCM:

Soit une pyramide à base carrée dont sa hauteur vaut 7cm et le côté de sa base vaut 8cm.On agrandit la pyramide d'un rapport $\frac{4}{3}$. Le volume de la pyramide	est agrandie d'un rapport $\frac{4}{3}$	est agrandie d'un rapport $\frac{64}{3}$	est agrandie d'un rapport $\frac{64}{27}$
Un rectangle d'aire $20cm^2$ est réduit pour devenir un rectangle d'aire $5cm^2$. Le rapport de réduction est	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	2
Un rectangle d'aire $2cm^2$ est agrandit pour devenir un rectangle d'aire $50cm^2$. Le rapport de d'aggrandissement est	5	25	125

QCM:

Correction :

Soit une pyramide à base carrée dont sa hauteur vaut 7cm et le côté de sa base vaut 8cm.On agrandit la pyramide d'un rapport $\frac{4}{3}$. Le volume de la pyramide	est agrandie d'un rapport $\frac{4}{3}$	est agrandie d'un rapport $\frac{64}{3}$	est agrandie d'un rapport $\frac{64}{27}$
Un rectangle d'aire $20cm^2$ est réduit pour devenir un rectangle d'aire $5cm^2$. Le rapport de réduction est	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	2
Un rectangle d'aire $2cm^2$ est agrandit pour devenir un rectangle d'aire $50cm^2$. Le rapport de d'aggrandissement est	5	25	125

QCM:

Correction :

Soit une pyramide à base carrée dont sa hauteur vaut 7cm et le côté de sa base vaut 8cm.On agrandit la pyramide d'un rapport $\frac{4}{3}$. Le volume de la pyramide	est agrandie d'un rapport $\frac{4}{3}$	est agrandie d'un rapport $\frac{64}{3}$	est agrandie d'un rapport $\frac{64}{27}$
Un rectangle d'aire $20cm^2$ est réduit pour devenir un rectangle d'aire $5cm^2$. Le rapport de réduction est	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	2
Un rectangle d'aire $2cm^2$ est agrandit pour devenir un rectangle d'aire $50cm^2$. Le rapport de d'aggrandissement est	5	25	125

FIN