# Chap. n°14 : Les Fonctions Affines

... / ...

## Une fonction affine a toujours comme expression littérale (formule) la forme ci-dessous :

Coefficient directeur ou pente — Ordonnée à l'origine.

**fonction affine :** $\boxed{f(x) = \underbrace{a \times x}_{\text{fonction linéaire}} + \underbrace{b}_{\text{fonction constante}}}$

fonction linéaire **et/ou** fonction constante

**Exemple de fonctions affines :**

$f : x \mapsto -7x + 4$ **: f : fonction** **affine** : $a = -7 \quad et \quad b = 4$

$g : x \mapsto 8x - 10$ **: g : fonction** **affine** : $a = 8 \quad et \quad b = -10$

$h : x \mapsto -9x$ **: h : fonction** **affine et linéaire** : $a = -9 \quad et \quad b = 0$

$i : x \mapsto -3$ **: i : fonction** **affine et constante** : $a = 0 \quad et \quad b = -3$

**Remarque :** les fonctions linéaires et les fonctions constantes sont des fonctions affines particulières.

… / …

Coefficient directeur ou pente — Ordonnée à l'origine.

**fonction affine :** $$f(x) = \underbrace{a \times x}_{\text{fonction linéaire}} + \underbrace{b}_{\text{fonction constante}}$$

fonction linéaire **et/ou** fonction constante

**Remarque :** Une fonction affine cache toujours les opérations suivantes :

- Multiplication en premier
- Puis, une addition ou une soustraction

Pour calculer l'image du nombre $x$ par une fonction affine f($x$) = a $x$ +b, on multiplie $x$ par « a », puis on additionne « b ».

$x$ → **Multiplier par a** → **Additionner b** → $f(x)$

*« x » est le nombre de départ*

*f(x) = ax + b , c'est l'image de x*
*a et b sont des nombres relatifs*

… / …

**Exemple n°1 :** Soit i la fonction affine définie par $i(x) = -7x + 2$

**1)** Calculer i(3) : $i(3) = -7 \times (3) + 2$ $i(3) = -21 + 2 = -19$

**2)** Calculer l'image de ( - 5) donc on doit calculer : i(-5) :

$i(-5) = -7 \times (-5) + 2$

$i(-5) = 35 + 2 = 37$

**3)** Quel est l'antécédent de 9 par la fonction i ?

On sait que : $i(x) = 9$ *et que* $i(x) = -7x + 2$ *donc* $-7x + 2 = 9$

On doit résoudre l'équation : $-7x + 2 = 9$

Ou on fait – 2 puis au résultat on fait diviser par -7 opération contraire de -7*x*+2

$9 - 2 = 7$ *et* $7 \div (-7) = -1$

*L'antécédent de* 9 *par la fonction i est* : $(-1)$ *donc* $i(-1) = 9$

… / …

# I. Activité :

Un cultivateur de produits biologiques vend une plante aromatique très rare par correspondance. Le prix est fixé à 30 € par kilogramme et les frais d'expédition se montent à 5 € par envoie, quelle que soit a quantité expédiée.

**a) Compléter le tableau suivant :**

| Masse en kg | 1 | 0,6 | 1,3 | 5 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Prix avant expédition en € | 30 | 0,6x30 = 18 | 39 | 150 |
| Prix total en € | 30+5 = 35 | 18+5 = 23 | 44 | 155 |

**b) Le prix total est-il proportionnel à la masse ?** Non, car $\frac{35}{1} = 35$ *et* $\frac{23}{0,6} \simeq 38$

**c) Complète : Prix total (en €) =** 30 **x Masse (en kg) +** 5

**d) Considérons maintenant la fonction f qui à la masse en kg associe le prix total en euros.**

1) **Compléte : f(x) =** $30x+5$ **Ou** $f : x \mapsto 30x+5$

2) **On dit que la fonction f est une fonction** affine

**Complète : f(2) =** $30\times 2+5$ **; f(**3**) = 95**

**f(2) =** $60+5$ **;** $95-5=90$ *et* $90 \div 30 = 3$

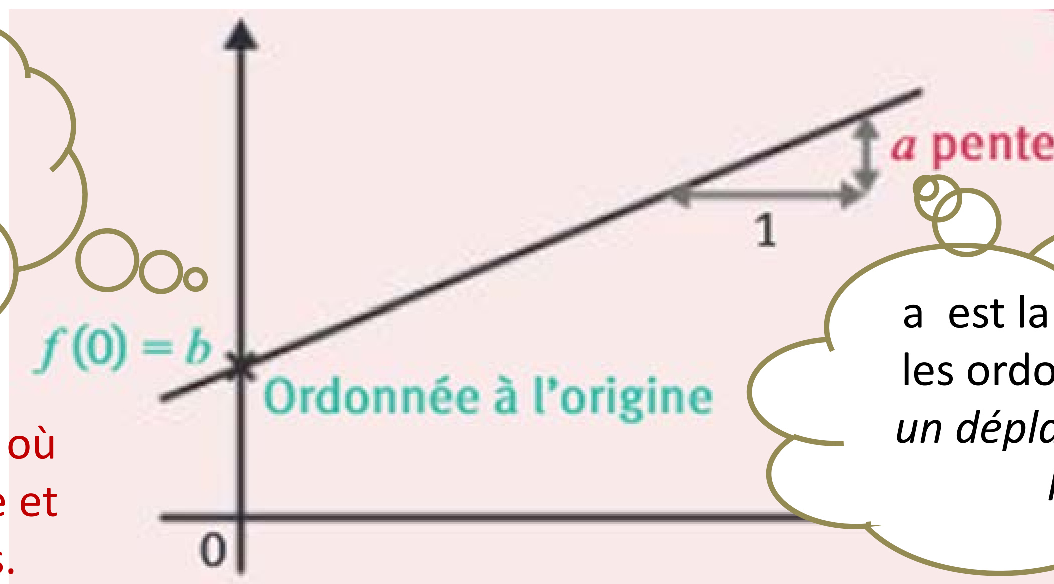
**f(2) =** 65 **;** /

# Représentation graphique d’une fonction affine :

## Représentation

La courbe d’une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$ est une droite.

b est la valeur de l’ordonnée lorsque $x$ vaut 0.




a est la valeur de l’écart sur les ordonnées lorsqu’*on fait un déplacement de 1 suivant les abscisses.*

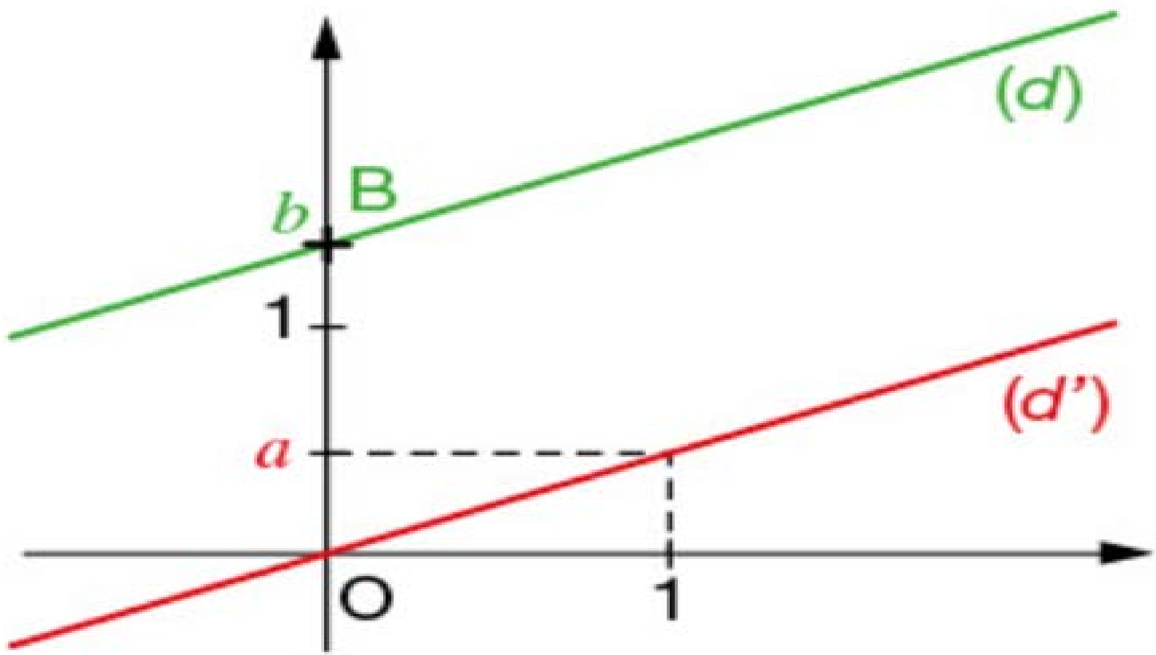
C’est donc l’endroit où se coupent la droite et l’axe des ordonnées.

… / …

# Représentation graphique : (*Autre explication*)

**Propriétés** • Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine $x \mapsto ax + b$ est constituée de tous les points de coordonnées $(x\,;ax + b)$. C'est une droite ($d$). **(en vert)**

• Cette droite est parallèle à la droite ($d'$) qui représente la fonction linéaire $x \mapsto ax$ et passe par le point B de coordonnées $(0\,;b)$.




... / ...

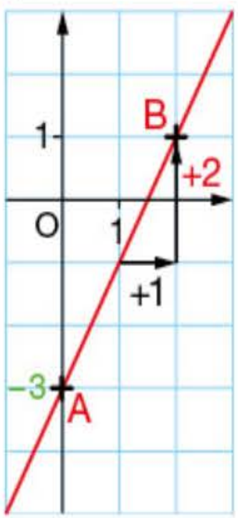
Dans un repère, $(d)$ est la droite représentant graphiquement la fonction affine $x \mapsto ax + b$.

- Le nombre $a$ est le **coefficient directeur** de la droite $(d)$.
- Le nombre $b$ est l'**ordonnée à l'origine** de la droite $(d)$.

**à retenir**

**Exemple 1** $a > 0$

$f : x \mapsto 2x - 3$ $(a = 2, b = -3)$
La droite passe par A $(0 ; -3)$ et B $(2 ; 1)$.

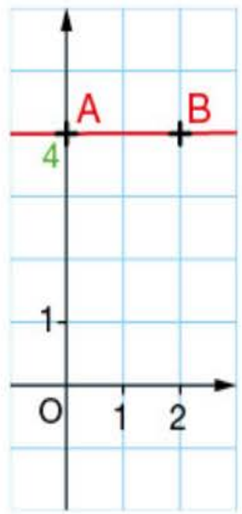



Quand $x$ augmente de 1, $f(x)$ augmente de 2.

**Ici, a est positif**
**la droite monte**

**Exemple 2** $a = 0$

$g : x \mapsto 4$ $(a = 0, b = 4)$
La droite passe par A $(0 ; 4)$ et B $(2 ; 4)$.

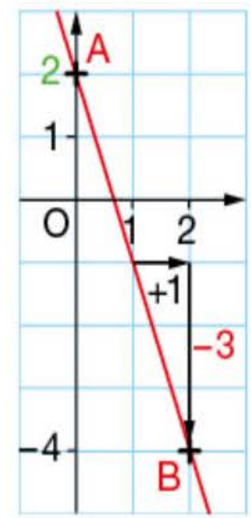



La droite est parallèle à l'axe des abscisses.

**Ici, a est nul**
**la droite est constante**

**Exemple 3** $a < 0$

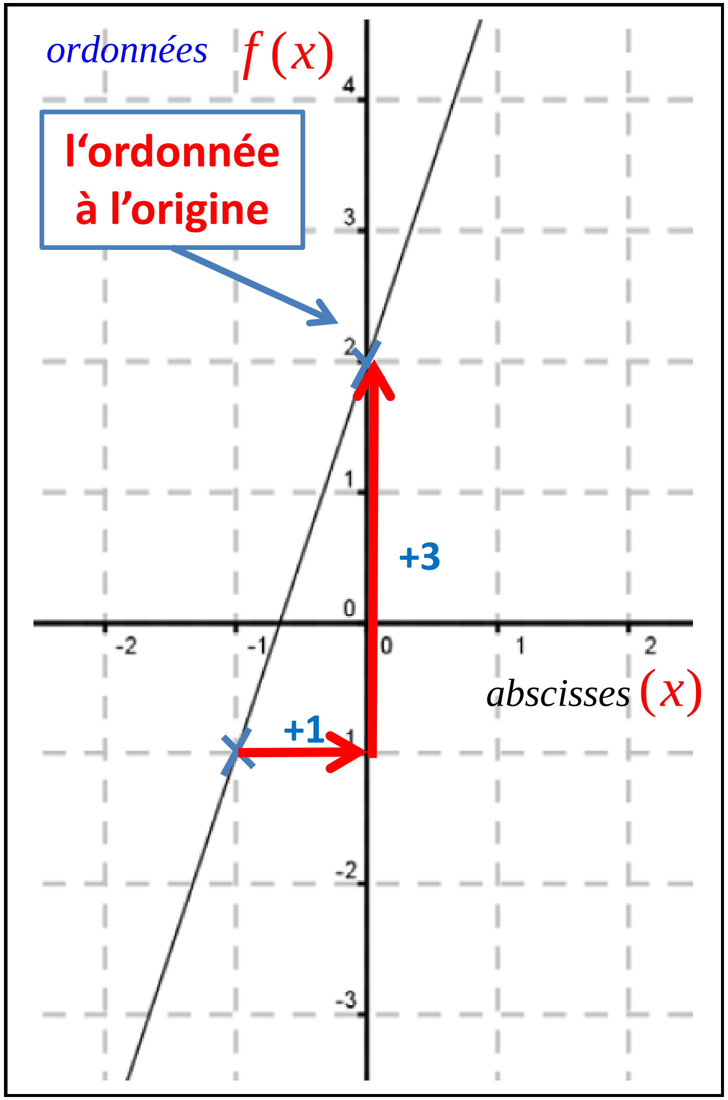
$h : x \mapsto -3x + 2$ $(a = -3, b = 2)$
La droite passe par A $(0 ; 2)$ et B $(2 ; -4)$.




Quand $x$ augmente de 1, $h(x)$ diminue de 3.

**Ici, a est négatif**
**la droite descend**

**Exemple n°1 :** Déterminer l'expression de la fonction f suivante :




**Méthode : On choisit astucieusement 2 points**

Les points doivent être à l'intersection du quadrillage et de la droite,

**On cherche à trouver a et b dans la formule :**

$$f(x) = ax + b$$

$$a = \frac{\text{écart sur les ordonées}}{\text{écart sur les abscisses}} = \text{coefficient directeur}$$

**Déplacement sur les abscisses : + 1**

**écart sur les ordonnées : + 3**

$$\boxed{a = \frac{3}{1} = 3}$$

**b : c'est l'ordonnée à l'origine**
**ici c'est b = 2**

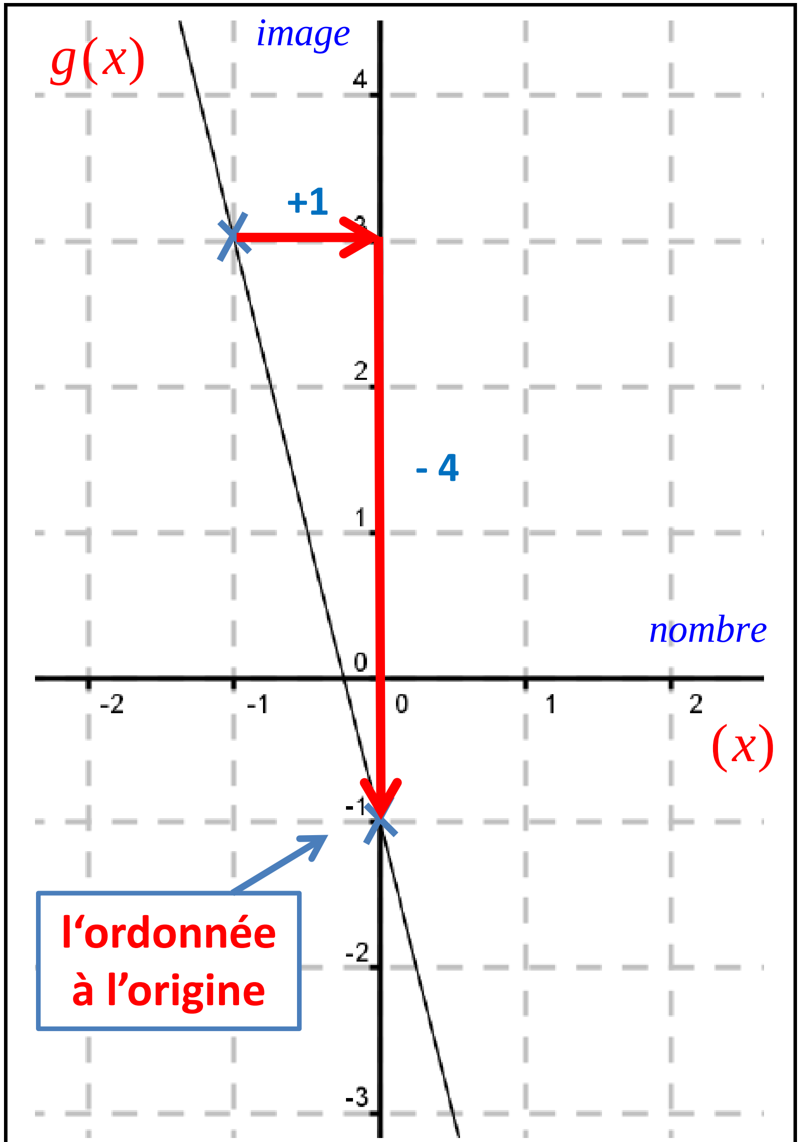
$\boxed{\mathbf{b = 2}}$

**Conclusion :**

$$\boxed{f(x) = ax + b = 3x + 2}$$

… / …

**Exemple n°2 :** Déterminer l'expression de la fonction g suivante :




**On cherche à trouver a et b dans la formule :**

$$f(x) = ax + b$$

**Rappel : On choisit astucieusement 2 points**

Les points doivent être à l'intersection du quadrillage et de la droite,

La droite coupe l'axe des ordonnées en -1

**donc : b = - 1**

**Calcul de a :**

$$a = \frac{\textit{écart sur les ordonées}}{\textit{écart sur les abscisses}} = \textit{coefficient directeur}$$

Pour passer d'un point à un autre :

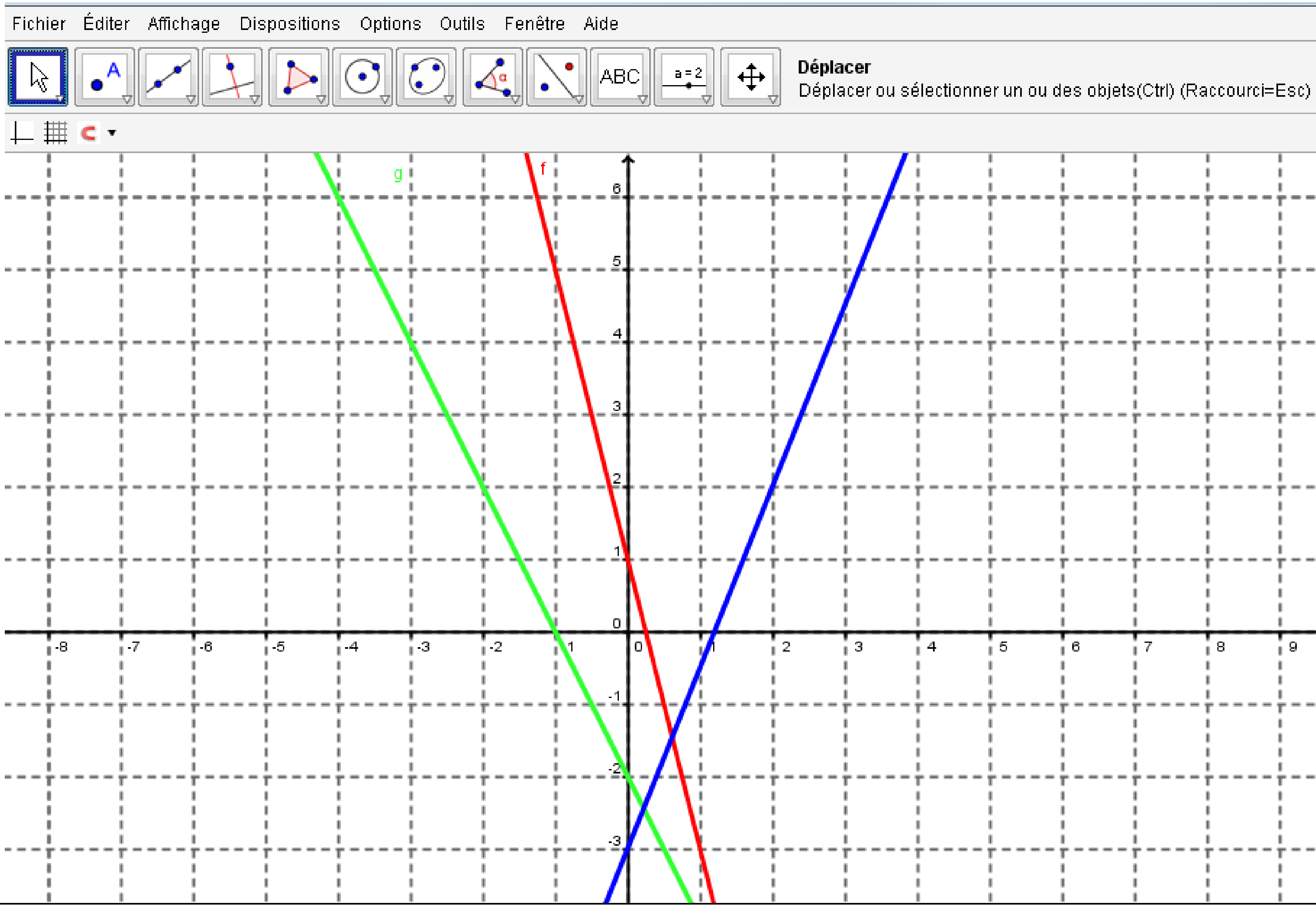
On avance de 1 horizontalement (écart sur les abscisses)

et on descend de 4 verticalement (écart sur les ordonnées)

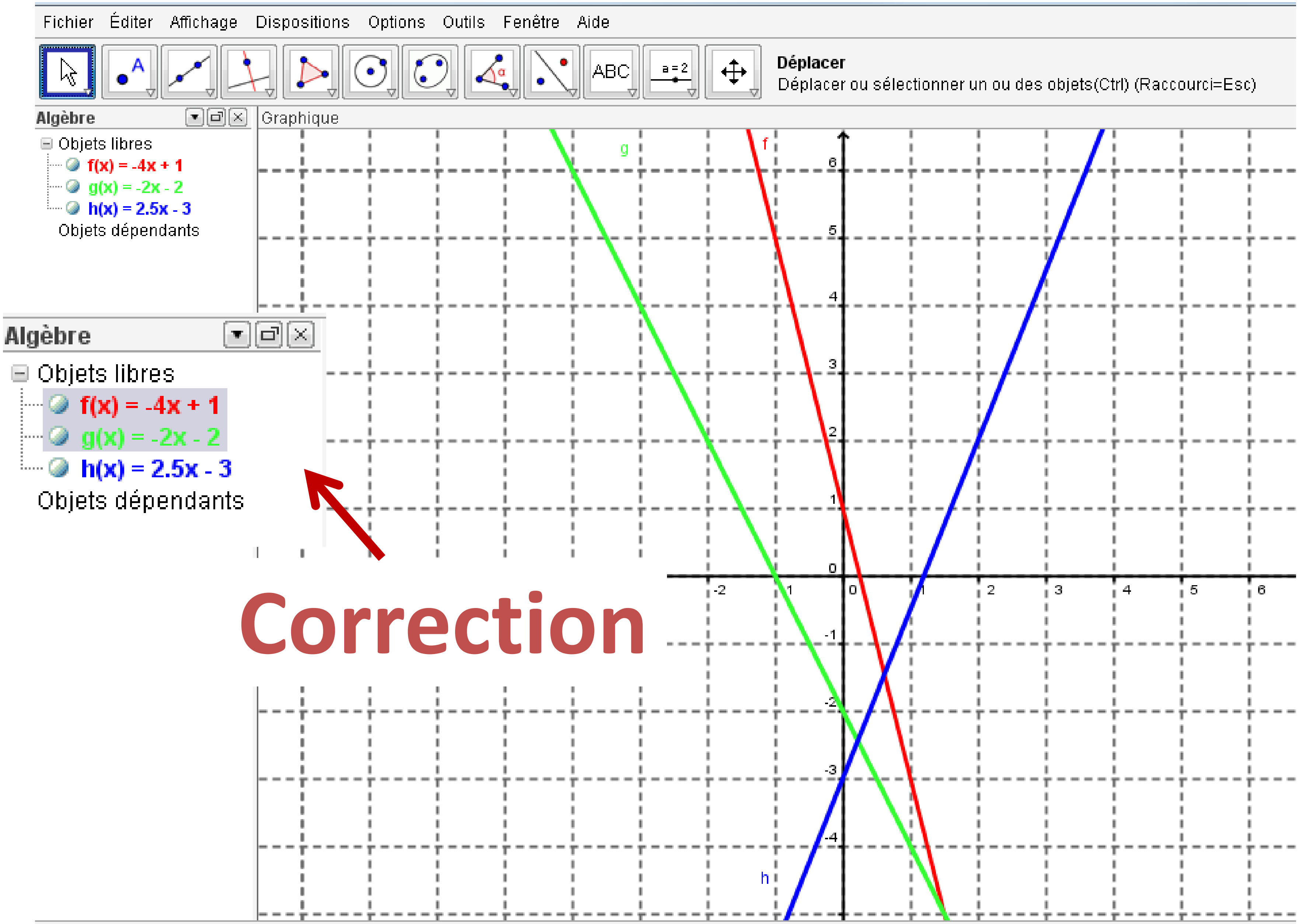
$$a = \frac{-4}{1} = -4$$

$$g(x) = ax + b = -4x - 1$$

… / …




Donner l'expression littérale de chaque fonction représentée.



Fichier Éditer Affichage Dispositions Options Outils Fenêtre Aide
Déplacer
Déplacer ou sélectionner un ou des objets(Ctrl) (Raccourci=Esc)
Algèbre
Objets libres
f(x) = -4x + 1
g(x) = -2x - 2
h(x) = 2.5x - 3
Objets dépendants
Graphique
g
f
h
Algèbre
Objets libres
f(x) = -4x + 1
g(x) = -2x - 2
h(x) = 2.5x - 3
Objets dépendants
Correction

# VI. Déterminer l'expression d'une fonction affine connaissant les images de 2 nombres :

On cherche a et b : fonction affine : f(x) = ax+b

**Exemple :**

Soit f une fonction affine. Les points A (3;8) et B (4;-1) appartiennent à la représentation graphique de la fonction f.
Déterminer l'expression de f :

La fonction f est affine donc de la forme : $f(x) = ax + b$

➢ **Pour déterminer le coefficient directeur "a" :** on divise la différence des ordonnées des deux points par la différences de leurs abscisses prise dans le même ordre.

$$a = \frac{imageA - imageB}{nombreA - nombreB} = \frac{imageB - imageA}{nombreB - nombreA}$$

$$a = \frac{8-(-1)}{3-4} = \frac{8+1}{-1} = \frac{9}{-1} = -9$$

Ainsi, la fonction f est de la forme : $f(x) = -9x + b$ où b est à déterminer.

➢ **Pour déterminer l'ordonnée à l'origine b :**

A (3;8) appartient à la représentation graphique donc f(3) = 8 (donc si x = 3 f(x) = 8)

Ce qui donne : $-9 \times 3 + b = 8$

$-27 + b = 8$ alors $b = 8 + 27$ donc b = 35

➢ **Finalement :** $\boxed{f(x) = -9x + 35}$

… / …

**Exercice final :**

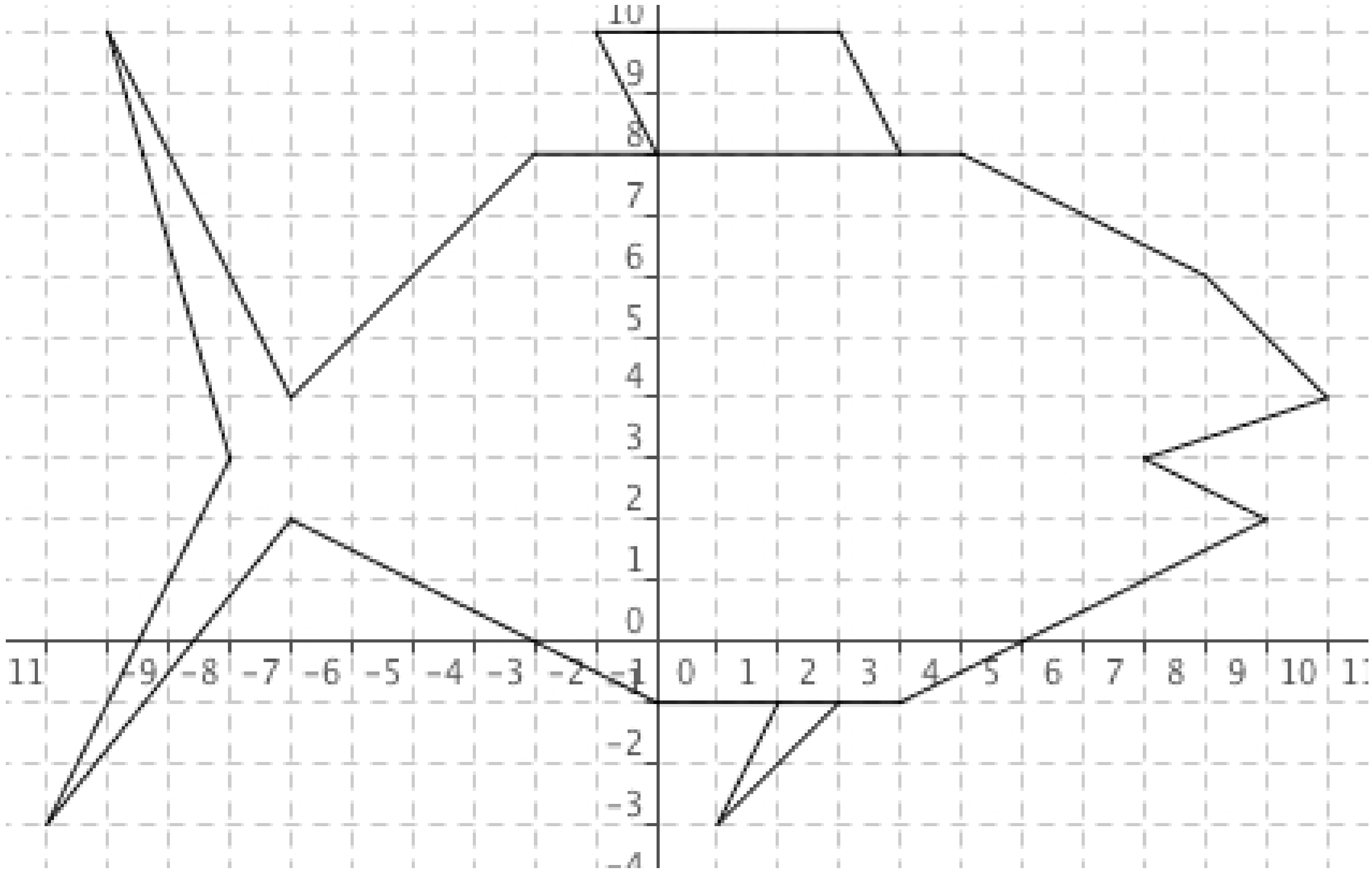
Une agence de location de voiture propose deux types de contrat pour une journée.

- **Premier type :** 2,50 € par kilomètre parcouru.
- **Deuxième type :** un forfait de 140 € et 2 € le kilomètre.

Pour $x$ kilomètres parcourus, le prix à payer est noté f($x$) pour le premier contrat, g($x$) pour le second.

**a)** Donner les expressions de f($x$) et de g($x$) en fonction de $x$.
**b)** Construire dans le même repère, les représentations graphiques de ces fonctions pour $x$ compris entre 0 et 500.
**c)** Indiquer en utilisant ce graphique le type de contrat le plus avantageux suivant le nombre de kilomètres parcourus.
**d)** Retrouver et préciser ces résultats par le calcul.


Fin
Fin
Passez au exercices …



10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
−2
−3
−4
11
−9
−8
−7
−6
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10